



Développement d'une plate-forme robotisée pour l'étude des instruments de musique à cordes pincées

Alexandre Roy

► To cite this version:

Alexandre Roy. Développement d'une plate-forme robotisée pour l'étude des instruments de musique à cordes pincées. Automatique / Robotique. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2015. Français. NNT : 2015PA066540 . tel-01323985v2

HAL Id: tel-01323985

<https://theses.hal.science/tel-01323985v2>

Submitted on 13 Jul 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**THESE DE DOCTORAT DE
L'UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE**

Spécialités :

Robotique / Acoustique

Présentée par :

Alexandre Roy

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE

Sujet de la thèse :

**DÉVELOPPEMENT D'UNE PLATE-FORME ROBOTISÉE POUR L'ÉTUDE
DES INSTRUMENTS DE MUSIQUE À CORDES PINCÉES**

Soutenue le : 10 Décembre 2015

devant le jury composé de

M. Christophe D'Alessandro	Directeur de Recherche CNRS au LIMSI	Rapporteur
M. Gérard Poisson	Professeur de l'Université D'Orléans	Rapporteur
Mme Sandie Le Conte	Ingénieur de recherche à la Cité de la Musique	Examineur
M. Jérôme Szewczyk	Professeur à l'UPMC	Examineur
M. Benoît Fabre	Professeur à l'UPMC	Directeur de thèse, invité
M. Jean-Loïc Le Carrou	Maître de conférences à l'UPMC	Encadrant de thèse
Mme Marie-Aude Vitrani	Maître de conférences à l'UPMC	Encadrant de thèse

Institut Jean Le Rond d'Alembert

Equipe Lutheries, Acoustique, Musique

11, rue de Lourmel, 75015 PARIS, FRANCE

Ecole doctorale SMAER

4, place Jussieu, BC 270

75252, PARIS cedex 05, FRANCE

*“Would you do the whole thing all over again,
Knowing what you know now, knowing what you knew then?”
And he smiled, like the old pumpkin king that I knew,
Then turned and asked softly of me, “Wouldn’t you?”*
The Nightmare Before Christmas, Tim Burton & Danny Elfman.

Remerciements

Je remercie les rapporteurs qui ont lu ce manuscrit attentivement, Gérard Poisson et Christophe D'Alessandro, ainsi que les membres de mon jury, qui ont participé à cette grande aventure.

Je tiens à remercier chaleureusement ma famille, pour m'avoir apporté son soutien durant ces trois années de thèse, ainsi que mes amis et tous ceux et celles qui m'ont redonné le sourire quand mon enthousiasme s'essouffait. Commençons par les collègues du bureau 20 du LAM : merci pour leur bonne humeur de tous les matins, leurs concours de notes jouées dans le second régime de leurs (maudites) flûtes à bec, les boîtes à meuh tonitruantes et le sanglier en peluche qui a passé plus de temps en l'air que posé sagement sur nos bureaux. Je remercie la grenouille à grande bouche, qui se reconnaîtra, Augustin et son mentor Gérard, Arthur et sa bière artisanale, Clara qui a supporté mes blagues de (très) mauvais goût et Delphine, qui m'a transmis tout ce qu'il fallait savoir lors de ma première année. Merci à ceux qui m'ont accueilli à bras ouverts dès mes premiers instants au labo : Indiana et son chapeau d'aventurière, Cédrik, pour nos longues discussions enrichissantes du matin (comment ça, des geekeries ?), Juan-Pablo et Hugo pour leur jovialité et le café. Merci aux derniers venus, Timothy, pour son aide en mécanique théorique et Yosr, pour nous rappeler que l'on doit parfois travailler pendant la thèse.

Je remercie toute l'équipe du LAM pour leur disponibilité, leur soutien et pour avoir partagé leur expérience : Laurent, qui m'a fréquemment donné un coup de main pour mettre en place les manips, Pascal qui m'a permis de travailler sous Linux pendant ma thèse (un pur bonheur), René, qui m'a initié aux arcanes du 7e art, Jean-Marc, qui a partagé sa passion pour la photo ainsi que son matériel, Catherine qui m'a rappelé de saisir mes ordres de mission, Hugues pour m'avoir encouragé à tester DRoPiC sur le piano, Michèle, pour nos discussions sur le clavecin, le bon fromage, et les formats de documents numériques autour d'un sandwich et d'une gougère, et tous ceux que j'ai oublié de citer. Merci également à Wael Bachta, pour les réglages de dernière minute sur le robot et Jérôme Szewczyk, pour ses conseils avisés lors de ma soutenance à mi-parcours.

Je tiens également à remercier toutes les personnes formidables que j'ai rencontré au cours de ma thèse, en commençant par Raphaëlle Villa, qui a pris le temps d'effectuer quelques mesures sur sa harpe, lors de la fin de la rédaction de ce manuscrit, Arthur Givois, qui a commencé à travailler lors de son stage sur le modèle d'interaction corde / plectre du clavecin, Sandie Le Conte, Martine Argellies et Stéphane Vaiedelich, pour les visites à Montpellier et à la Cité de la Musique, Nathalie Delprat, qui m'a donné l'envie de m'intéresser aux sciences humaines pour mieux comprendre les sciences "dures", l'équipe organisatrice des Doctoriales de l'UPMC, avec qui j'ai passé une semaine mémorable et tous ceux que j'ai rencontré lors de ce stage et qui sont aujourd'hui des amis : Wilfried (mention spéciale pour avoir cherché les coquilles dans ce manuscrit ! :)), Tatiana, Charlotte et Marie. Un grand merci à Hélène Thiébault, une femme hors du commun, qui m'a soutenu jusqu'au bout, m'a insufflé un peu de son ivresse de vivre, tout en m'apprenant à dompter le Loup des Steppes.

Je tiens enfin à remercier particulièrement mon directeur de thèse, Benoît Fabre, et mes

deux encadrants, Jean-Loïc Le Carrou et Marie-Aude Vitrani. Ils m’ont initié durant ces trois années au métier de chercheur, que je ne connaissais pas, redonné le goût d’écrire, le souci du détail, de la précision et de la rigueur scientifique, dans une ambiance détendue. Merci donc de m’avoir permis de travailler et d’approfondir mes connaissances pendant ces trois années sur un sujet aussi original que la robotique appliquée aux instruments de musique (à corde pincées !;)). Leurs conseils ont toujours été complémentaires et d’une grande aide pour moi. Ils m’ont permis de prendre du recul lorsque j’en avais besoin et m’ont redonné confiance en moi les jours où rien ne voulait fonctionner. C’est un trio épatant qui gagne à être connu, et qui, je l’espère, se reformera pour accompagner un autre doctorant dans un avenir proche !

Table des matières

Remerciements	v
Table des matières	xi
1 Introduction	1
1.1 Contexte général : la robotique et l'acoustique musicale	1
1.2 La robotique appliquée aux instruments de musique	1
1.2.1 Les deux cas d'application	1
1.2.2 Les robots musiciens	2
1.2.3 Les robots d'étude des instruments	4
1.3 La plate-forme robotisée	5
1.3.1 Présentation générale	5
1.3.2 Le geste musical	6
1.3.3 Reproduction expérimentale du geste	6
1.4 Synthèse	7
1.4.1 Enjeux techniques & scientifiques	7
1.4.2 Plan du manuscrit	8
2 Conception du robot	9
2.1 Description générale et dimensionnement	9
2.1.1 Cahier des charges	9
2.1.2 Modèle géométrique	18
2.1.3 Modèle cinématique	21
2.1.4 Modèle dynamique	22
2.1.5 Dimensionnement & choix des éléments	24
2.1.6 Vérification	27
2.2 Lois de commande	29
2.2.1 Baie de commande & contrôleur pour l'asservissement des moteurs	29
2.2.2 Asservissement de la position	32
2.3 Validation de la reproduction de trajectoire	37
2.4 Synthèse	38
3 Conception d'un capteur d'effort	43
3.1 Problématique	43
3.2 Technologies des capteurs d'effort	44
3.2.1 Les capteurs FSR	44
3.2.2 Les MEMS	45
3.2.3 Les transducteurs piézoélectriques	46
3.2.4 Les jauges de déformation	46

3.2.5	Bilan	47
3.3	Conception du capteur d'effort	48
3.3.1	Cahier des charges	48
3.3.2	Dimensionnement du nouvel effecteur	48
3.3.3	Calibrage	54
3.4	Rejet de l'effort de perturbation	58
3.4.1	Nouvelle commande du robot	60
3.4.2	Validation expérimentale	60
3.5	Synthèse	63
4	Modélisation du mécanisme de pincement du clavecin	65
4.1	Présentation générale de l'instrument et problématique	65
4.1.1	L'harmonisation du clavecin	65
4.1.2	Problématique générale	67
4.2	Les modèles de la littérature	67
4.2.1	Modèle de Griffel	68
4.2.2	Modèle de Giordano & Winans	69
4.2.3	Modèle de Perng	69
4.2.4	Modèle de Chadeaux & Le Carrou	70
4.2.5	Cadre d'étude	71
4.3	Détermination des différents modèles	71
4.3.1	Modèle complet	71
4.3.2	Le mouvement de la touche	72
4.3.3	Le mouvement de la corde	75
4.3.4	Le modèle de plectre	77
4.4	Simulation du modèle	81
4.4.1	Identification des paramètres du système	81
4.4.2	Formes des plectres	82
4.4.3	Influence de l'amortissement de la corde c	83
4.4.4	Influences des paramètres de la simulation	83
4.4.5	Comparaison aux modèles de la littérature	87
4.5	Bilan	90
5	Étude expérimentale du clavecin	91
5.1	Présentation	91
5.1.1	Travail réalisé	91
5.1.2	État de l'art	91
5.2	Expériences menées sur le clavecin	92
5.2.1	Présentation du banc expérimental	93
5.2.2	Calibrage des instruments de mesure	94
5.2.3	Trajectoire du robot	99
5.2.4	Plectres utilisés	99

5.2.5	Protocole expérimental	101
5.2.6	Traitement des données	101
5.2.7	Analyse des résultats	101
5.2.8	Comparaison aux résultats du modèle	108
5.3	Synthèse	108
6	Conclusion et perspectives	111
6.1	Contributions	111
6.2	Limitations du robot	113
6.3	Perspectives	113
	Bibliographie	120
A	Effort de pincement de la harpe et du clavecin	121
A.1	Méthode de calcul	121
A.2	Données mesurées sur les instruments	122
A.2.1	Cas de la harpe	123
A.2.2	Cas du clavecin	124
B	Compléments de conception du robot	127
B.1	Fiches techniques du robot	127
B.2	Réglages des boucles d'asservissement	134
B.3	Calcul de l'incertitude de mesure liée au capteur d'effort	134
C	Calibrage de la caméra rapide	137
C.1	Mesure de déplacement avec une caméra – théorie	137
C.1.1	Principe	137
C.1.2	Lien entre la scène et l'image	137
C.2	Calibrage de la caméra	139
C.2.1	Qualité du calibrage	139
C.2.2	Détermination de la trajectoire dans la scène	140
C.3	Incertaince de mesure	141
D	Mesures sur le clavecin	143
D.1	Temps de stabilisation des amplificateurs différentiels	143

Introduction

1.1 Contexte général : la robotique et l’acoustique musicale

La robotique consiste à mettre en œuvre des systèmes effectuant des tâches de manière automatisée. Son application à la musique semble déroutante au premier abord : en effet, pourquoi utiliser des robots pour jouer d’un instrument ? La musique est un art expressif, dans lequel l’interprétation de l’instrumentiste tient une part importante. Comment concilier alors l’art et la mécanique ? Quel est le but d’utiliser un robot pour jouer d’un instrument de musique ? Avant de développer des éléments de réflexion autour de ces questions, nous donnons un aperçu de différents cas d’utilisation de la robotique dans le monde de la musique.

1.2 La robotique appliquée aux instruments de musique

1.2.1 Les deux cas d’application

La robotique a été utilisée en musique pour servir deux aspects, qui se distinguent clairement dans la littérature : celui des robots musiciens, qui sont dédiés à jouer des instruments de musique, à la manière ou non des instrumentistes, et celui des robots d’étude des instruments, dont le but est de fournir aux chercheurs des moyens de contrôles de l’excitation des instruments. Les auteurs s’attachent à rassurer les musiciens, en affirmant que les robots n’ont pas vocation à remplacer les instrumentistes [Bretan et Weinberg, 2015] et participent plutôt à l’élaboration d’une nouvelle manière de jouer. Les robots d’étude permettent d’analyser et de comprendre les gestes des musiciens, d’extraire de ceux-ci les conditions initiales qu’ils imposent aux instruments, comme le déplacement et la vitesse d’une corde [Chadefaux *et al.*, 2012b], la pression et le débit d’air dans un tuyau [Gilbert *et al.*, 1998], afin de les reproduire.

Deux manières de concevoir les robots auraient pu être attribuées spécifiquement aux deux catégories citées précédemment : des robots inspirés de l’être humain et du vivant pour les robots d’étude, afin de reproduire d’une manière réaliste le jeu des musiciens, et des robots de forme beaucoup plus libre pour les robots musiciens, pour atteindre de nouvelles performances ou explorer de nouvelles façons de jouer. En réalité, on retrouve les deux conceptions possibles, qu’il s’agisse de robots musiciens ou de robots d’études. Ce choix dépend beaucoup du cadre d’utilisation du robot, et de l’effet recherché. Sur le plan artistique, il peut être intéressant de développer un robot qui possède une virtuosité, une forme, une manière de jouer différente de l’être humain [Jordà, 2002, Kapur, 2005]. Donner une forme humaine au robot facilite, d’une part, la compréhension du public lorsqu’il le voit jouer, et d’autre part l’interaction avec d’autres musiciens [Weinberg et Driscoll, 2007]. Dans le cas des robots d’étude, si le sujet de recherche

concerne l'influence de conditions initiales très précises qui sont imposées à l'instrument, la conception du robot se réduit à quelques actionneurs [Carral, 2008]. En revanche, lorsqu'il s'agit d'étudier le geste expert du musicien, et d'essayer de comprendre de quelle manière il peut être expressif, le besoin d'avoir un robot bio-mimétique se fait sentir [Zhang *et al.*, 2011]. L'avantage des robots bio-mimétiques est de pouvoir étudier et reproduire avec réalisme les gestes humains, mais aussi de pouvoir imposer des conditions bien plus réalistes et de manière répétable, au prix d'une plus grande complexité dans leur réalisation.

Chaque méthode de conception ayant ses avantages et ses inconvénients, une étude préliminaire est nécessaire pour choisir la solution robotique qui correspond aux besoins du chercheur.

1.2.2 Les robots musiciens

La majorité des robots développés pour actionner les instruments de musique est constituée de robots musiciens. Ce sont des robots dont le but est de jouer d'un instrument, seul ou en collaboration avec des instrumentistes ou d'autres robots, sans aucune vocation d'analyser la manière de jouer des musiciens. Une étude générale sur le sujet [Kapur, 2005] présente l'histoire de cette branche de la robotique et les différents instruments pour lesquels ils ont été développés : le piano [Hayashi, 2011], la guitare [Jordà, 2002], la batterie [Hajian *et al.*, 1997], le violon [Kajitani, 1992] et les cornemuses [Dannenberg *et al.*, 2005], pour en citer quelques exemples. Ces robots font partie en générale d'œuvres artistiques, dont *Afasia* est un exemple [Jordà, 2002]. Les robots percussionnistes ont une forme humanoïde, contrairement aux robots précédemment cités, car les chercheurs qui les ont mis au point ne souhaitaient pas simplement un *actionneur* pour jouer d'un instrument mais avant tout un *imitateur* du geste humain, dans un souci de réalisme de la performance musicale.

Il s'agit là d'un point important dans les sujets de recherche sur la mise au point de robots musiciens : la performance du robot ne doit pas se limiter à jouer des notes de manière successive, mais doit pouvoir reproduire l'expressivité des musiciens. Le but recherché est non seulement de rendre la musique jouée par un robot agréable à écouter mais aussi de pouvoir interagir et *improviser* avec lui, comme par exemple dans le cas du *MahaDeviBot* [Kapur, 2011]. Le robot doit alors être capable de jouer d'un instrument de manière réaliste, écouter le musicien avec lequel il joue, adapter son comportement et le communiquer en retour au musicien et aux spectateurs. Dans le cas du *MahaDeviBot*, une tête surmonte le robot afin de faciliter la communication du tempo qu'il utilise avec son entourage (voir figure 1.1).

En ce qui concerne le comportement *adaptatif* de ces robots, des travaux sur l'intelligence artificielle et l'apprentissage par renforcement¹ ont été menés dans le contexte spécifique de la performance musicale. Le tempo qui va être utilisé par le robot *MahaDeviBot*, un robot qui possède 12 bras pour jouer, est construit par un système multi-agent. Ses bras vont modifier et harmoniser leur jeu au fil du temps pour créer un ensemble cohérent et expressif. Une étude générale des solutions d'intelligence artificielle pour la composition algorithmique a été effectuée

1. L'apprentissage par renforcement est une méthode utilisée en intelligence artificielle pour "entraîner" le robot à reproduire des comportements souhaités, souvent inspirés du comportement humain, en réaction à des stimuli précis.



Fig. 1.1 Photographie du MahaDeviBot [Kapur, 2011].

par [Papadopoulos et Wiggins, 1999]. La conclusion à laquelle les auteurs aboutissent est que la musique générée de cette manière n'arrive pas à éveiller d'émotions chez l'auditeur.

La création de robots pouvant jouer et improviser en concert avec des musiciens ne s'est pas arrêtée pour autant. Le robot percussionniste *Haile* appartient au groupe des robots humanoïdes capable de surpasser en vitesse de jeu les plus habiles musiciens, mais avant tout d'écouter ses partenaires pour jouer avec eux [Weinberg et Driscoll, 2007].

Parfois, la création d'un robot musicien n'a pas d'autre objectif que d'être une démonstration technique du savoir faire des chercheurs et des ingénieurs. C'est le cas du joueur de cornemuse *McBlare*, qui utilise des relais électromécaniques pour boucher les trous de l'instrument [Dannenberg *et al.*, 2005] (voir figure 1.2). Sa rapidité dépasse celles des joueurs expérimentés.



Fig. 1.2 Photographie du robot McBlare [Dannenberg *et al.*, 2005].

Les robots musiciens les plus impressionnants construits à ce jour sont les robots de l'université de Waseda. Le second robot (WABOT-2), construit dans les années 1980, peut déchiffrer et jouer une partition sur un orgue électronique [Kato *et al.*, 1987] (voir figure 1.3). Un système de vision par caméra est mis en place pour que ce robot humanoïde puisse déchiffrer les partitions et jouer en utilisant ses dix doigts ainsi que ses pieds, qui lui permettent d'actionner les pédales de l'instrument. Le robot possède au total 50 degrés de liberté, chaque degré de liberté étant commandé par un micro-contrôleur. Il est aussi capable d'accompagner les chanteurs. Ce travail est l'œuvre d'une dizaine d'année de recherche, où quatre laboratoires ont mis leurs efforts en commun, et ont développé pas à pas les différents éléments du robot, comme par exemple les doigts, les mains, les bras, avant de les rassembler pour obtenir le résultats décrit précédemment.

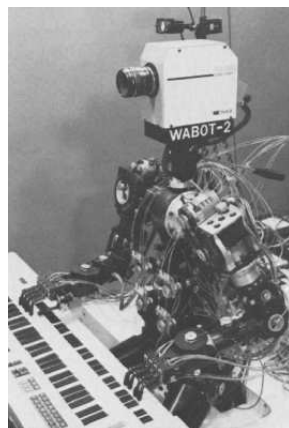


Fig. 1.3 Photographie du robot de Waseda WABOT-2 [Kato et al., 1987].

Vingt ans plus tard, une quatrième version du robot de Waseda (WF-4RIV) voit le jour [Solis *et al.*, 2007] (voir figure 1.4). L'instrument dont il joue est une flûte, et un système de bouche artificielle et de poumon artificiel à piston permet d'insuffler l'air dans l'instrument. Une cavité buccale et même une langue artificielle lui permettent de reproduire des mécanismes de jeu assez complexes, notamment la technique du double coup de langue. Bien que ce robot soit un robot musicien, par son histoire et ses précédents développements, il peut aussi être utilisé comme un robot d'étude pour comprendre les mécanismes de jeu à l'œuvre chez les musiciens [Solis *et al.*, 2011]. L'étude de la pression dans la bouche et des stratégies de jeu employées par les flûtistes sont à l'origine de modification du robot, même si le but recherché est là encore de jouer de manière réaliste avec d'autres musiciens et d'enseigner aux novices.

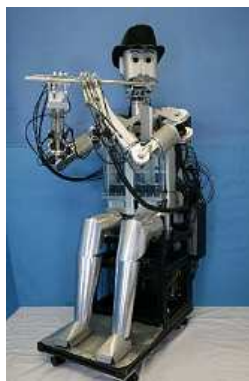


Fig. 1.4 Photographie du robot de Waseda WF-4RIV [Solis et al., 2007].

1.2.3 Les robots d'étude des instruments

Les robots d'études des instruments de musique sont relativement peu nombreux en comparaison des robots musiciens dédiés aux performances musicales artistiques, seuls ou accompagnés de partenaires robotiques ou humains. Nous appelons robots d'étude des instruments de musique les robots développés, non pas pour jouer d'un instrument dans un but ludique ou artistique,

mais dont le rôle est de fournir aux chercheurs un moyen d'excitation contrôlé et répétable des instruments de musique, souvent pour analyser la manière de jouer des instrumentistes. Le premier exemple de robot d'étude est la bouche artificielle permettant de jouer des cuivres [Gilbert *et al.*, 1998]. Il s'agit d'un appareil dans lequel la pression et le débit de l'air sont contrôlés pour permettre la mise en oscillation de lèvres artificielles. Ces lèvres sont des tuyaux en latex partiellement remplis d'eau qui permettent de contrôler l'ouverture de la bouche artificielle. Le but de ces études est de pouvoir reproduire de manière contrôlée des phénomènes éphémères à l'œuvre lors du jeu des instrumentistes. Cette bouche artificielle a évolué au fil du temps pour reproduire les variations de pression enregistrées sur les musiciens [Ferrand et Vergez, 2008]. Cette possibilité permet alors d'analyser la réponse dynamique de l'instrument, joué à la manière des instrumentistes.

Dans le cas des robots percussionnistes, un robot humanoïde (DB) a été développé pour étudier le comportement humain [Atkeson *et al.*, 2000]. Le robot DB a pour but d'apprendre à refaire les gestes des êtres humains pour les reproduire. Le robot possédant des articulations redondantes, comme l'être humain, il est alors possible d'identifier la stratégie employée par le robot pour effectuer ses gestes avec celle des êtres humains. L'analyse du mouvement par la cinématique inverse, permet ensuite d'établir des critères caractérisant les postures successives prises par le robot au cours du temps.

La main robotique la plus aboutie est la main ACT, qui reproduit de manière réaliste l'anatomie d'une main humaine, de la forme des os jusqu'à l'entrelacement des tendons [Vande Weghe *et al.*, 2004]. Cette main ACT a plusieurs vocations. Elle peut servir de mécanisme actif lors de manipulations par téléopération, avec l'avantage de reproduire les mouvements d'une véritable main, de banc de test pour l'étude de la commande neuronale de la main, de modèle physique pour l'entraînement des futurs chirurgiens ou bien de robot d'étude pour le piano [Zhang *et al.*, 2011]. À la manière des robots de Waseda, ces travaux sont le fruit d'années de recherches et certaines parties de la main ont fait l'objet d'études séparées pour atteindre cette formidable performance. Ainsi, un modèle du pouce a été étudié afin de reproduire correctement les fonctions de préhension offertes par la main [Chang et Matsuoka, 2006].

1.3 La plate-forme robotisée

L'objet de ce manuscrit est de présenter le développement d'une plate-forme d'étude des instruments à cordes pincées et à clavier. Cette plate-forme est composée d'un doigt robotisé, d'un capteur d'effort et d'une baie de commande temps réel. Elle permet de reproduire les mouvements des doigts des instrumentistes, pour obtenir une excitation réaliste des instruments étudiés, ou bien elle permet d'imposer des conditions initiales contrôlées à ces instruments de musique. La plate-forme sera alors une base pour de futures études dans le domaine de l'acoustique musicale.

1.3.1 Présentation générale

Dans le cadre de l'étude des stratégies de contrôles mises en place dans le jeu des harpistes [Chadefaux, 2012], une plateforme robotisée permettant de contrôler de manière réaliste le pin-

cement de la corde aussi bien que d'imposer des conditions initiales définies par l'utilisateur a été construite, afin de mieux comprendre les variations subtiles propres à chaque musicien dans sa manière de pincer une corde. Cette plateforme, DRoPiC (Doigt RObotisé PiNceur de Cordes), dont la structure a été choisie pour être proche d'un doigt humain, est utilisée dans cette étude pour analyser l'effet de l'harmonisation des becs de clavecin sur les efforts ressentis par les musiciens au niveau du clavier. La plate-forme robotisée a été conçue au sein de l'équipe Lutherie-Acoustique-Musique (LAM) de l'institut Jean Le Rond D'Alembert (UMR CNRS 7190) et de l'ISIR [Le Carrou *et al.*, 2012] (UMR CNRS 7222), et s'insère dans les thématique de recherche sur le contrôle instrumental et l'analyse de la gestuelle des instrumentistes.

1.3.2 Le geste musical

Le but initial de cette plate-forme robotique est de reproduire le geste musical des harpistes, pour valider un modèle d'interaction doigt / corde dans le cas de la harpe. Une étude a donc été menée sur un panel de musiciens, afin de mesurer, d'une part, les gestes effectués avec leur bras, les mouvements du buste et de la tête, et d'autre part, les gestes de pincement [Chadefaux *et al.*, 2012a].

L'étude de l'interaction entre le doigt d'un musicien et la corde jouée montre bien que les mouvements des instrumentistes sont répétables pour un(e) même harpiste, mais comportent des variations entre deux musiciens [Chadefaux *et al.*, 2012a]. L'hypothèse avancée dans un premier temps est alors la suivante : si les gestes sont aussi différents, les conditions initiales imposées à la corde en déplacement, en vitesse et en direction de lâcher sont alors nécessairement différentes. Mais comment les reproduire ?

Les conditions initiales imposées à la corde sont-elles suffisantes pour avoir une excitation réaliste de l'instrument ? Faut-il prendre en compte "l'histoire" du déplacement de la corde (depuis l'écart de sa position de repos jusqu'au lâcher) ? Pour répondre à ces questions, il faut construire un mécanisme d'excitation qui permettrait de reproduire, au choix, des trajectoires de doigts mesurées sur les musiciens ou des conditions initiales indépendamment de la trajectoire suivie par le doigt.

1.3.3 Reproduction expérimentale du geste

Reproduction réaliste du geste des instrumentistes

La première version de la plate-forme DRoPiC a été utilisée pour valider un modèle de pincement de cordes [Chadefaux *et al.*, 2013a]. Les mesures sur les harpistes ont permis d'estimer les coefficients du modèle, puis de générer des trajectoires à reproduire pour le doigt qui ont été comparées aux mesures. Afin de reproduire le contact entre la pulpe du doigt et la corde d'une manière réaliste, un embout en silicone a été conçu pour équiper l'effecteur du robot [Chadefaux *et al.*, 2012b]. Les résultats sont satisfaisants, mais un problème dans le contrôle du robot a été observé : celui-ci ne suit pas tout à fait la consigne qui lui est imposée.

Lorsque le robot pince une corde de harpe, l'effort maximal exercé sur son effecteur est de l'ordre de 20 N et peut le faire dévier de 2 mm de la trajectoire de consigne [Le Carrou

et al., 2012]. La mise en place d'un capteur d'effort sur le robot et d'une commande permettant de rejeter l'effort perturbateur qui s'exerce sur son effecteur lors de son mouvement est une solution pour résoudre le problème. L'utilisation d'un capteur d'effort permet aussi d'enrichir la plate-forme robotisée d'un nouvel outil de mesure très intéressant qui permet d'estimer les efforts exercés par les musiciens sur les cordes. C'est le point de départ du travail de thèse présenté dans la suite : il faut trouver une solution satisfaisante pour que la plate-forme puisse être utilisée comme un outil précis et paramétrable afin de valider des modèles d'instrument de musique comme cela a déjà été fait dans le cas de la harpe, et tester la capacité du robot à générer des conditions expérimentales spécifiques pour d'autres instruments, notamment pour le clavecin.

Reproduction de conditions d'excitations idéales de l'instrument

Une étude préliminaire sur l'interaction plectre / corde dans le cas du clavecin a été menée, dans le but d'étudier l'effet de l'harmonisation de cet instrument [Chadefaux *et al.*, 2013b]. L'harmonisation est un processus réalisé par le facteur d'instrument pour donner au clavecin une réponse homogène au niveau sonore et au niveau du toucher sur l'ensemble de sa tessiture. Dans ce manuscrit, nous nous intéressons uniquement à la forme des plectres qui vont pincer la corde après cette étape de réglage. Plus de détails sur le clavecin, l'harmonisation et les enjeux de cette étude sont donnés au chapitre 4. L'étude expérimentale du jeu des clavecinistes présentée dans [Chadefaux *et al.*, 2013b] montre que certaines conditions spécifiques de l'interaction entre la corde et le plectre, notamment la vitesse d'entraînement de la corde par le plectre, est constante. C'est une hypothèse couramment utilisée dans la littérature pour concevoir des modèles d'interaction. Pour valider les résultats théoriques, l'utilisation de DRoPiC est une aide précieuse pour appuyer sur les touches du clavecin de manière contrôlée et répétable. Ainsi, des harmonisations différentes vont pouvoir être comparées dans des conditions de trajectoires similaires.

1.4 Synthèse

1.4.1 Enjeux techniques & scientifiques

Enjeux techniques

DRoPiC est une plate-forme robotisée amenée à jouer un rôle dans la compréhension des phénomènes à l'œuvre lorsque les musiciens exercent leur art. C'est un doigt robotisé conçu avant tout pour pincer des cordes de harpe, mais son cadre d'utilisation peut être étendu à d'autres instruments à cordes pincées et aux instruments à clavier. Il a déjà été employé par le passé pour valider des modèles d'interaction doigt / corde dans le cas de la harpe mais doit être amélioré et testé avant d'être utilisé comme un outil dans d'autres expériences. Les objectifs techniques de la thèse sont les suivants :

- concevoir un capteur d'effort intégré dans l'effecteur du robot,
- mettre en place une solution de rejet de perturbation pour avoir une plate-forme précise et fiable,

- tester l'utilisation du robot dans un cas pratique où il doit imposer des conditions spécifiques définies par l'expérimentateur sur une touche de clavecin.

Enjeux scientifiques

Les enjeux techniques vont de paire avec les enjeux scientifiques suivants :

- réaliser avec le robot au choix un contrôle réaliste ou idéal des instruments de musique à cordes pincées et à clavier,
- récupérer des informations d'effort lors du jeu des instrumentistes,
- étudier l'harmonisation des plectres de clavecin.

1.4.2 Plan du manuscrit

Le manuscrit est décomposé en six chapitres, incluant ce chapitre d'introduction. Le chapitre 2 détaille la conception du robot, les contraintes mécaniques et pratiques qui ont conduit à lui donner sa forme actuelle, les différents modèles qui régissent son mouvement et la loi de commande utilisée.

Le chapitre 3 aborde la conception du capteur d'effort du robot. Nous posons tout d'abord le problème de la reproduction de trajectoire avec le doigt robotisé avant d'aborder différentes solutions technologiques pour la réalisation du capteur d'effort. Son calibrage et la méthode de rejet de perturbation sur la trajectoire du robot sont ensuite détaillés.

Le chapitre 4 décrit un modèle d'interaction plectre / corde prenant en compte l'harmonisation effectuée par le luthier. Nous verrons comment la prise en compte des variations géométriques des plectres de clavecin modifie les résultats de simulation du modèles d'interaction.

Le chapitre 5 présente un cas d'application du robot, dans le cadre de l'étude de l'harmonisation des plectres des plectres de clavecin. Le capteur d'effort du robot sert dans ce chapitre à enregistrer l'effort de contact lors de l'enfoncement de la touche de clavecin étudiée. Nous comparons les données expérimentales aux résultats théoriques obtenus avec le modèle du chapitre 4.

Enfin le chapitre 6 conclut ce travail de thèse.

Conception du robot

Nous analysons dans ce chapitre les mesures issues d'études précédentes sur des musiciens en situation de jeu [Chadefaux *et al.*, 2012a, Chadefaux *et al.*, 2013a], afin d'établir le cahier des charges permettant de dimensionner le robot. Le choix de ses configurations matérielle et logicielle, ainsi que l'étude des modèles géométrique, cinématique et dynamique permet de choisir les composants nécessaires à sa construction. Enfin, nous vérifions que l'ensemble des composants choisis permet de respecter le cahier des charges et donne au robot la capacité de reproduire les trajectoires qui lui sont imposées.

2.1 Description générale et dimensionnement

2.1.1 Cahier des charges

Le robot DRoPiC a été conçu pour l'étude et la reproduction des mouvements des doigts des harpistes et des clavecinistes. Nous cherchons à savoir combien de degrés de liberté le robot doit posséder pour reproduire les gestes de ces musiciens. Dans le cas de la harpe, le schéma de la figure 2.1 montre un exemple de déplacement de corde dans le repère de la harpe (graphe A) et sa projection dans les directions de ce repère (graphes B à D). Le déplacement au cours du temps le long de la corde (graphe C) est de faible amplitude par rapport aux autres déplacements (graphes B et D)[Le Carrou *et al.*, 2008]. Nous pouvons donc, afin de simplifier la construction du robot, approcher le déplacement de la corde à un déplacement dans un plan orthogonal au plan des cordes. Dans le cas des clavecinistes, le pincement des cordes de l'instrument est assuré par l'enfoncement des touches du clavier¹. Le schéma de la figure 2.2 montre que les mouvements du doigt dans la direction du clavier (selon \vec{y} sur la figure 2.2) ne sont pas pertinents à reproduire, car ils n'ont aucune influence sur l'élévation du sautereau, la pièce qui porte le plectre et sert à pincer la corde. Les mouvements du doigt utiles pour reproduire le geste du claveciniste sont donc contenus dans le plan (xz) , qui peut être approché par un plan orthogonal au clavier [Chadefaux *et al.*, 2013b].

L'analyse des mouvements que les musiciens exécutent montre que les trajectoires décrites dans l'espace peuvent être approximées par un déplacement dans un plan. Nous notons de plus que l'orientation du doigt n'est pas prise en compte au cours des mesures. Seuls deux degrés de liberté sont donc nécessaires pour reproduire les gestes des musiciens avec le robot, nous choisissons en conséquence de concevoir un robot série² 2R plan.

1. Le mécanisme sera décrit plus en détail au chapitre 4

2. Un robot série est un robot dont le schéma cinématique ne présente pas de boucles, *i.e.* chaque articulation du robot est reliée au plus à deux segments.

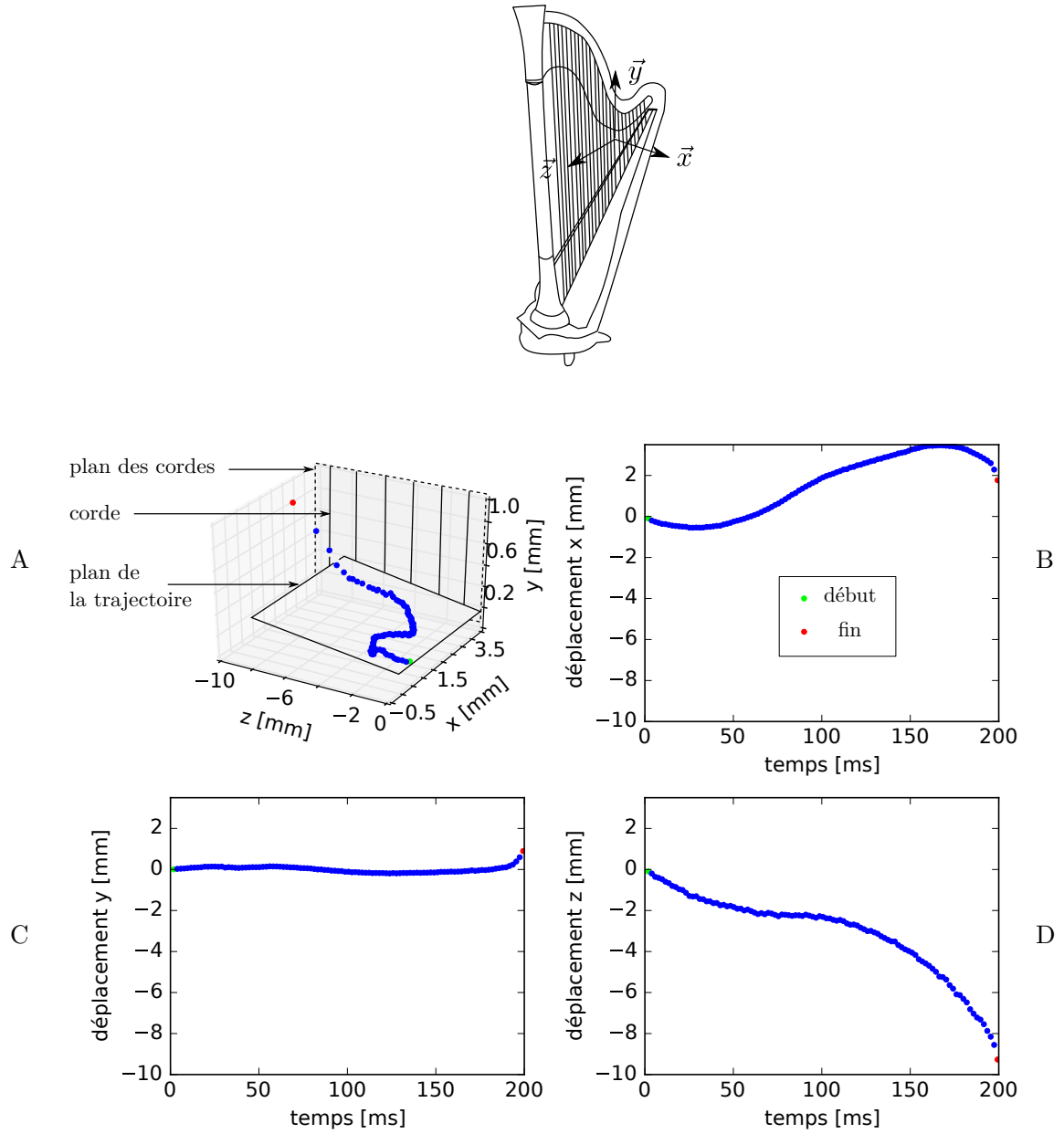


Fig. 2.1 Trajectoires du doigt d'un harpiste (référence H_5 dans la thèse de [Chadefaux, 2012]) en contexte de jeu, mesurées sur la corde n°32 (Ré 139 Hz). Le graphe A représente la position relative du plan dans lequel se situe la trajectoire du doigt par rapport au plan des cordes. Les courbes B, C, et D montrent le déplacement du doigt selon les directions \vec{x} , \vec{y} et \vec{z} de la harpe en fonction du temps et indiquent un mouvement qui pourra être approximé par un mouvement plan perpendiculaire aux cordes.

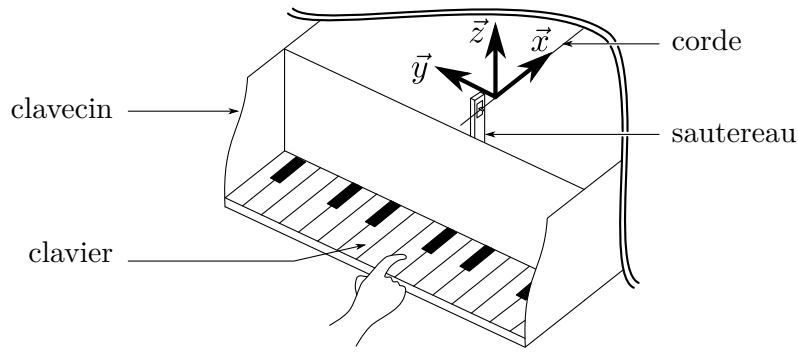


Fig. 2.2 Schéma de l'avant du clavecin. On voit sur ce dessin le clavier du clavecin, une corde et son sautereau, la pièce qui vient pincer la corde lorsque le musicien appuie sur une touche. Le mouvement du doigt s'effectue dans le plan xz .

Cinq critères ont été retenus pour dimensionner le robot :

- l'encombrement du robot,
- l'effort de contact avec l'instrument,
- la surface de travail du robot qui doit contenir les trajectoires à effectuer,
- le temps de parcours minimal d'une trajectoire donnée,
- la vitesse maximale que devra atteindre l'effecteur du robot,
- la résolution spatiale du robot.

Encombrement du robot

Les moteurs des robots séries sont généralement montés au niveau de leurs articulations. Dans notre cas, afin d'éviter les problèmes de positionnement et d'interaction du robot avec les instruments en raison de l'encombrement des actionneurs, nous choisissons de les fixer à la base du robot. La transmission du mouvement du moteur au premier axe du robot est directe et la transmission au deuxième axe est effectuée par une courroie rigide tendue. Un dessin de la mécanique du robot est présenté dans la figure 2.3, afin de montrer comment nous avons choisi de fixer les moteurs, les réducteurs et les codeurs. La base du robot possède deux gorges pour adapter son positionnement par rapport aux instruments.

Effort de contact

La figure 2.4 présente l'évolution de l'effort de pincement des cordes sur la harpe et le clavecin en fonction de la fréquence fondamentale de la corde. Le calcul de ces efforts, détaillé en annexe A, dépend des caractéristiques géométriques et des propriétés mécaniques des cordes, ainsi que du déplacement initial imposé, qui est proportionnel³ à la longueur de la corde. Nous constatons en premier lieu que les efforts de pincement pour le clavecin sont de l'ordre de 2 N au maximum tandis que les efforts de pincement de la harpe sont beaucoup plus élevés, du fait des

3. Le coefficient de proportionnalité est $\frac{199}{4}$, la référence étant un déplacement de 20 mm pour la corde n°32 de longueur 995 mm.

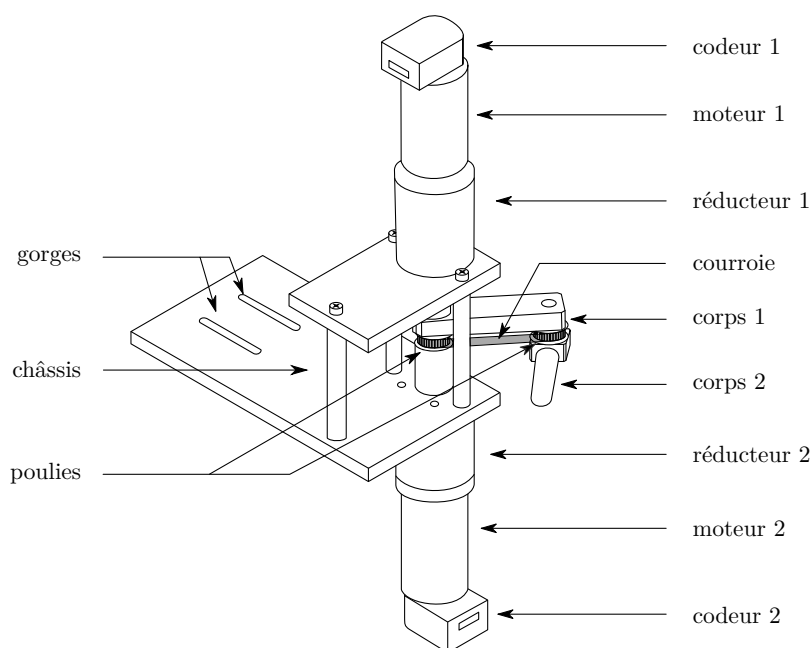


Fig. 2.3 Dessin de DROPiC. Le châssis possède deux gorges pour pouvoir régler sa position par rapport à l'instrument.

tensions des cordes, des déplacements initiaux plus importants et de leur matériau. Nous nous focalisons en particulier pour le cahier des charges du robot sur une partie de la tessiture de la harpe qui s'étend de la note Lab1 (104 Hz) à la note Mib5 (1244,5 Hz), ce qui correspond à la plage des cordes en boyau. L'effort de pincement maximal dans cette plage est d'environ 20 N, pour un déplacement initial de 20 mm environ.

Espace de travail

Le robot doit posséder un espace de travail qui contient la majorité des trajectoires obtenues lors de deux campagnes de mesures précédentes [Chadefaux *et al.*, 2012a, Chadefaux *et al.*, 2013b], respectivement sur la harpe et le clavecin. Ces données ont été analysées afin d'établir le cahier des charges du robot, en fonction de quatre critères qu'il doit respecter : l'aire de travail nécessaire, le temps de parcours, la vitesse de l'effecteur durant les trajectoires et la résolution spatiale nécessaire à leur accomplissement. Chaque trajectoire est définie comme l'ensemble des positions prises par la corde entre l'instant où elle est écartée de sa position initiale et l'instant où elle est lâchée avant d'entrer dans sa phase d'oscillations libres. Nous considérons que le critère permettant de dimensionner l'espace de travail du robot est le déplacement maximal entre deux points d'une trajectoire à reproduire. La surface de travail est alors calculée comme l'aire d'un carré dont le côté est le déplacement maximal.

L'expérience sur la harpe avait pour but d'analyser le geste des harpistes et de définir les spécificités qui permettent à chaque musicien d'imposer des conditions initiales particulières à la corde, pour développer un modèle d'interaction doigt / corde. Les trajectoires de jeu que le robot doit effectuer ont été obtenues par le traitement des images enregistrées avec une caméra rapide

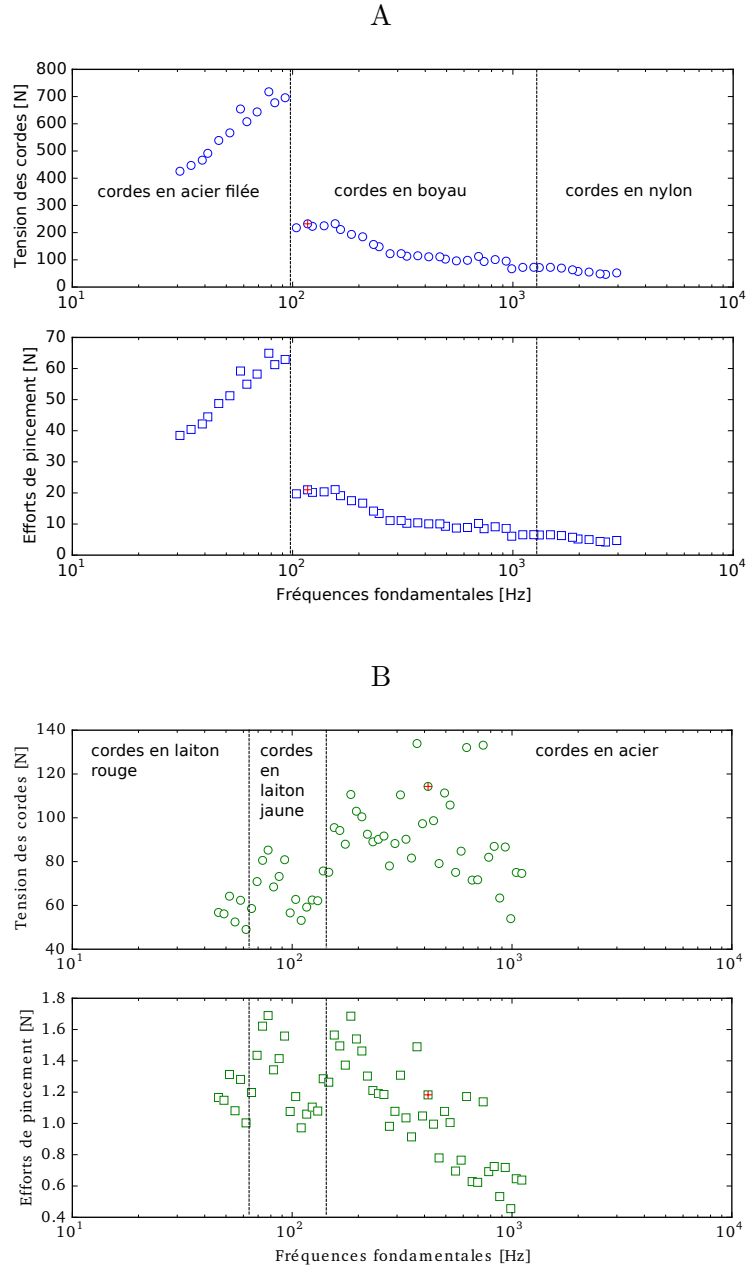


Fig. 2.4 Tensions des cordes et efforts de pincement pour la harpe et le clavecin. Les deux graphiques représentent l'évolution de l'effort de pincement des cordes en fonction de leur fréquence fondamentale. Le graphique A correspond à la harpe et le graphique B correspond au clavecin. Sur chaque graphique, le matériau des cordes est indiqué. Les points visibles correspondent à la corde étudiée (n° 32 dans le cas de la harpe et n° 37 dans le cas du clavecin). Les calculs permettant d'obtenir ces graphiques sont donnés dans l'annexe A

quand les musiciens jouaient l'instrument dans un contexte musical [Chadefaux *et al.*, 2012a, Chadefaux, 2012]. Les déplacements maximums ont été établis pour quatre types de pincement typique : nous numérotons 1 et 2 les pincements correspondants à des notes extraites d'accords, jouées respectivement avec l'annulaire et l'index, et nous numérotons 3 et 4 les pincements correspondants à des notes extraites d'arpèges, jouées avec les mêmes doigts [Chadefaux *et al.*, 2012a].

Les résultats sont synthétisés dans le graphique 2.5, qui présente le calcul des critères cités précédemment pour chacune des trajectoires mesurées : le graphique A correspond au calcul de la distance maximale entre deux points de la trajectoire, le graphique B correspond au temps de parcours, le graphique C correspond à la résolution spatiale et le graphique D correspond à la vitesse maximale. Les calculs des critères pour les graphiques B, C et D sont détaillés dans les paragraphes qui suivent. Les pointillés indiquent les valeurs retenues pour dimensionner le robot. Le graphique A de la figure 2.5 montre qu'un déplacement de 20 mm permet de majorer 90% de l'ensemble des déplacements.

L'expérience qui a été conduite avec une claveciniste est une étude préliminaire de l'interaction corde / plectre et l'harmonisation. Les trajectoires de jeu analysées ont été obtenues par l'enregistrement de la vitesse de la touche avec un vibromètre laser. Ces trajectoires ne seront pas celles que le robot devra reproduire, car nous souhaitons ici obtenir uniquement des valeurs typiques pour la création de trajectoires de consignes spécifiques. De plus amples détails sur l'étude de l'harmonisation du clavecin, le fonctionnement du capteur optique et les trajectoires imposées au robot seront donnés dans le chapitre 5. L'enfoncement de la touche a été effectué dans différentes configurations : quatre sautereaux différents ont été testés, pour un cas de jeu lent (230 bpm) et un cas de jeu rapide (440 bpm) [Chadefaux *et al.*, 2013b]. Les critères sont calculés sur l'ensemble des trajectoires mesurées, comme dans le cas de la harpe et les résultats sont synthétisés dans le graphique 2.6, qui reprend les mêmes codes que la figure 2.5. Le graphique A de la figure 2.6 montre que l'enfoncement maximal des touches ne dépasse pas 5 mm environ.

Temps de parcours

Le temps de parcours est la durée des trajectoires enregistrées sur les musiciens. Nous rappelons que le début et la fin des trajectoires sont définis respectivement comme l'instant où la corde est écartée de sa position de repos par un doigt ou un plectre et l'instant où la corde est relâchée. Les graphiques B des figures 2.5 et 2.6 présentent le calcul des durées maximales des trajectoires mesurées sur les harpistes et la claveciniste. Le temps de parcours est déterminant pour imposer une limite supérieure à sa période d'échantillonnage, afin de reproduire avec une précision suffisante les trajectoires mesurées. Une durée de 320 ms permet de reproduire correctement 90% des trajectoires des harpistes, et 100% des trajectoires des clavecinistes. Nous notons ici une différence entre la valeur retenue ici et les études précédentes [Le Carrou *et al.*, 2012, Chadefaux *et al.*, 2013c], qui se basaient sur une valeur de durée moyenne de 200 ms, tandis qu'ici le dimensionnement est relatif aux cas extrêmes rencontrés. Nous choisissons donc pour le dimensionnement du robot une durée de parcours de 320 ms.

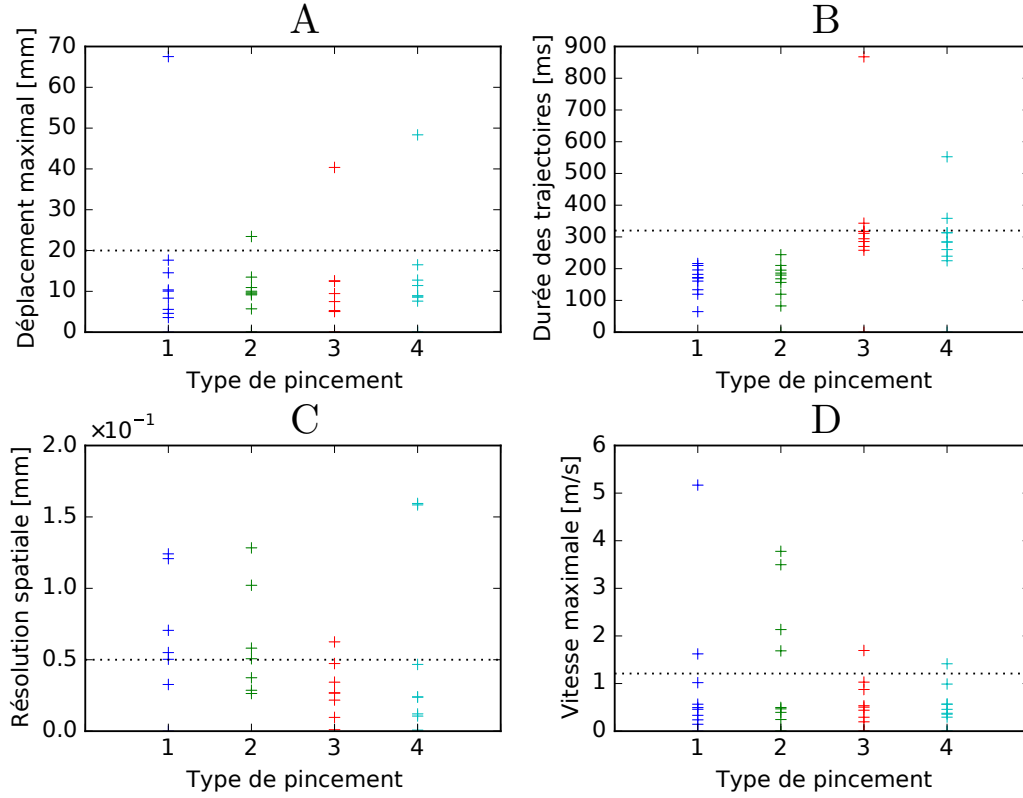


Fig. 2.5 Caractéristiques des trajectoires mesurées sur des harpistes en situation de jeu. 40 pincements ont été étudiés, d'après les mesures effectuées dans [Chadefaux et al., 2012a]. Les graphiques A, B, C et D représentent respectivement le déplacement maximal, le temps de parcours minimal, la résolution spatiale (distance entre deux points consécutifs d'une trajectoire) et la vitesse maximale de l'ensemble des trajectoires effectuées, pour quatre types de pincement d'une corde. Les types de pincement 1 et 2 correspondent à des notes extraites d'accords, jouées respectivement avec l'annulaire et l'index et les types de pincement 3 et 4 à des notes extraites d'arpèges, jouées avec les mêmes doigts. Les traits en pointillés indiquent les valeurs retenues pour le cahier des charges.

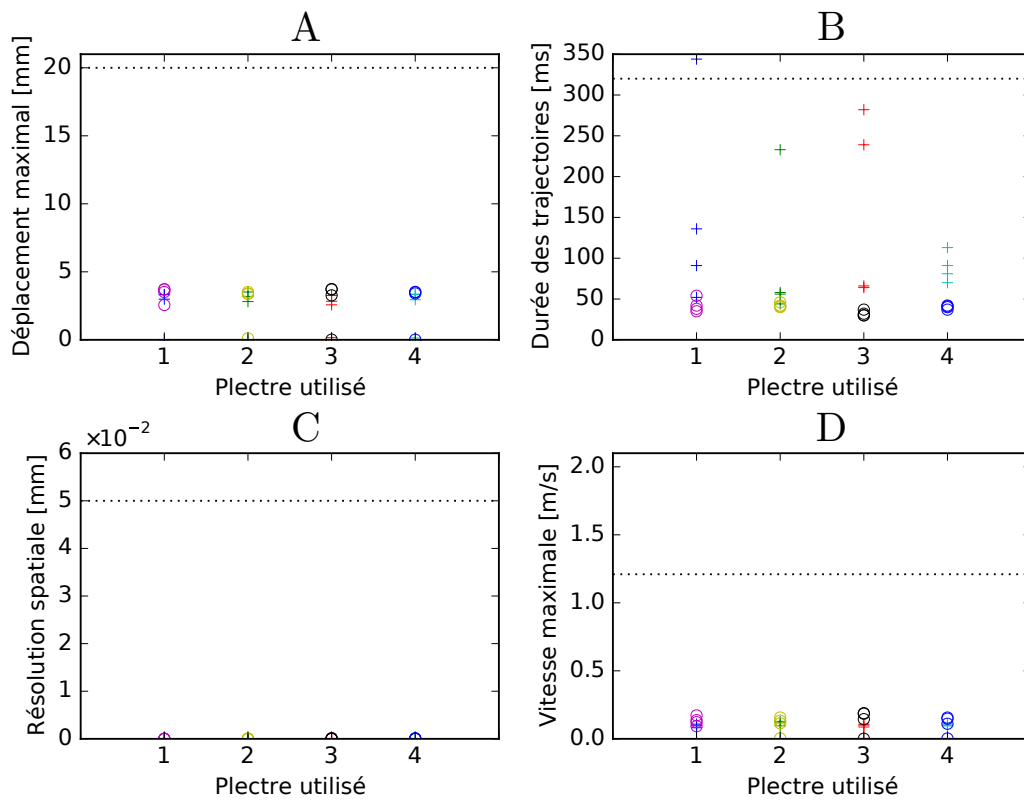


Fig. 2.6 Caractéristiques des trajectoires mesurées sur une claveciniste en situation de jeu. 32 pincement ont été étudiés, d'après les mesures effectuées dans [Chadefaux et al., 2013b]. Les graphiques A, B, C et D représentent respectivement le déplacement maximal, le temps de parcours minimal, la résolution spatiale (distance entre deux points consécutifs d'une trajectoire) et la vitesse maximale de l'ensemble des trajectoires effectuées, avec quatre plectres différents, numérotés de 1 à 4. Les marqueurs '+' correspondent aux trajectoires effectuées dans le cas d'un tempo lent (230 bpm) et les marqueurs 'o' correspond à un tempo plus rapide (440 bpm). Les traits en pointillés correspondent aux valeurs du cahier des charges.

Vitesse maximale de l'effecteur

Les graphiques D des figures 2.5 et 2.6 montrent les vitesses maximales atteintes au cours des trajectoires mesurées. Ces vitesses sont estimées par dérivation de polynômes d'interpolation d'ordre 1, qui sont ajustés par morceaux sur les trajectoires mesurées. Nous remarquons qu'une vitesse de 2,0 m/s pour le robot englobe 90% des vitesses maximales calculées pour les trajectoires mesurées, dans le cas de la harpe et 100% dans le cas du clavecin.

Résolution spatiale

Nous choisissons de définir la résolution spatiale du robot comme la distance minimale que parcourt l'effecteur quand les angles de rotation des corps du robot correspondent à la résolution des roues codeuses placées sur les moteurs. La résolution spatiale ne dépend alors que des paramètres mécaniques du robot. Pour déterminer la résolution idéale des systèmes optiques du robot, nous utilisons les graphiques C des figures 2.5 et 2.6, qui présentent les écarts de distance minimum calculés entre deux points consécutifs d'une même trajectoire. Ce critère, pour le choix de la précision du robot, reste arbitraire car il montre en réalité les limites des systèmes de mesure utilisés dans les expériences. Nous observons que le choix d'une résolution spatiale de 0,05 mm permet de reproduire dans leur intégralité environ 70% des trajectoires mesurées dans le cas de la harpe, mais n'est pas suffisant pour le cas du clavecin. En effet, les signaux mesurés dans les expériences menées sur le clavecin ont été échantillonnés bien plus vite que dans le cas de la harpe et la distance entre deux points devient donc inférieure au micron. Toutefois, une grande précision n'est pas nécessaire dans le cas du clavecin, car seul l'enfoncement de la touche a été mesuré, conduisant à des trajectoires rectilignes, contrairement au cas de la harpe, comme le montre la figure 2.7.

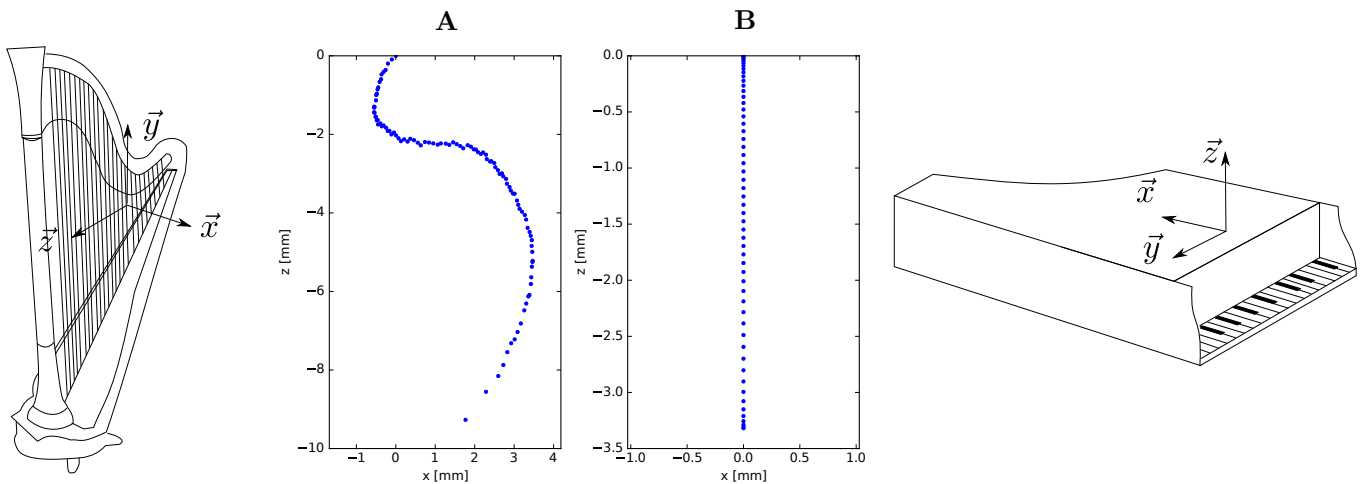


Fig. 2.7 Exemple de trajectoires mesurées sur la harpe (A) et le clavecin (B), dans le plan (xz). Les repères relatifs aux deux instruments sont rappelés à côtés des trajectoires respectives.

Critère	Valeur maximale
Force (F_{cdc})	20 N
Aire de travail (A_{cdc})	400 mm ²
Résolution spatiale (dp_{cdc})	0,05 mm
Durée des trajectoires (Δt_{cdc})	320,0 ms
Vitesse de l'extrémité de l'effecteur (V_{cdc})	2,0 m/s

Table 2.1 *Cahier des charges du robot*

Bilan

Le cahier des charges, résumé dans le tableau 2.1, a été établi à partir des données expérimentales recueillies lors d'études précédentes [Le Carrou *et al.*, 2008, Le Carrou *et al.*, 2012, Chadeaux *et al.*, 2012a, Chadeaux *et al.*, 2013b] sur des harpistes et des clavecinistes. Accompagné de la description mécanique et cinématique qui va suivre, il va nous guider dans le choix des composants du robot. La conception du robot est un véritable défi : le robot doit effectuer des déplacements précis de faible amplitude à des vitesses peu élevées, tout en supportant des grandes charges sur son effecteur. Cela nécessite de trouver des compromis entre la vitesse des moteurs, le couple résistant qu'ils peuvent fournir et leur taille car l'encombrement du robot est aussi un facteur important à prendre en compte.

2.1.2 Modèle géométrique

La description du mouvement du robot est faite dans un formalisme de mécanique des solides rigides, qui suppose que les liaisons sont idéales, sans frottement et que les corps du robot sont indéformables. La position \mathbf{X} du robot dans l'espace opérationnel cartésien est définie comme la position de l'extrémité P de son effecteur. La position articulaire \mathbf{q} , définie comme les angles de rotation des corps du robot par rapport à sa base, peut être liée aux coordonnées cartésiennes par le modèle géométrique direct. Le modèle géométrique inverse est utilisé pour convertir les trajectoires des musiciens de l'espace cartésien vers l'espace articulaire, ce qui va particulièrement nous intéresser pour générer la consigne de position du robot.

Modèle géométrique direct

Afin d'établir le modèle géométrique du robot, nous commençons par associer des repères à ses solides, en suivant la convention de Denavit & Hartenberg modifiée (DH) [Vitani et Morel, 2012]. Cette convention propose une méthode de repérage systématique du robot et facilite l'établissement de son modèle géométrique direct. En numérotant i les solides du robot, le passage d'un repère à un autre s'effectue par une translation de longueur a_i le long de la ligne perpendiculaire aux axes A_i et A_{i+1} , orientée par \vec{i}_i , une rotation de α_i autour de l'axe (O_i, \vec{i}_i) ,

une seconde translation de longueur d_{i+1} selon l'axe A_{i+1} , orienté par \vec{k}_{i+1} , puis une rotation d'angle θ_{i+1} autour de l'axe \vec{k}_{i+1} (voir figure 2.8). Le repérage du robot selon la convention DH est présenté figure 2.9. Si l'on suit la convention DH, les paramètres de mouvement doivent être relatifs d'une articulation à l'autre, ce qui est pratique quand les actionneurs sont situés au niveau des articulations. Dans notre cas, pour des raisons de compacité du robot, nous rappelons que les moteurs sont fixés à la base (voir section 2.1). Nous choisissons en conséquence d'utiliser des paramètres de mouvement définis par rapport à la base du robot, afin de garder une cohérence entre le modèle géométrique du robot et sa structure mécanique. Le tableau 2.2 donne l'ensemble des paramètres DH $(a_i, \alpha_i, d_{i+1}, \theta_{i+1})$ pour chaque axe.

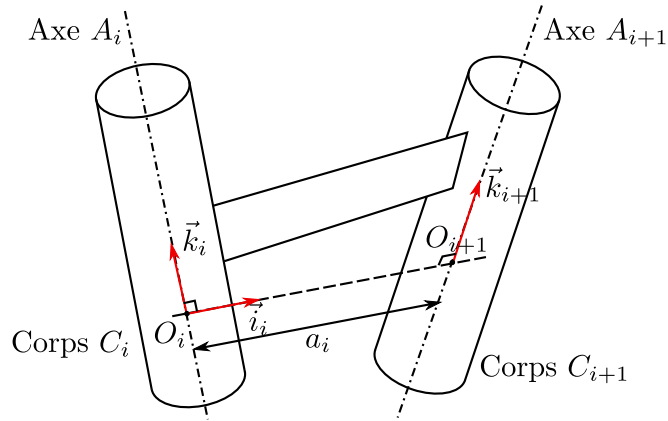


Fig. 2.8 Convention de Denavit & Hartenberg

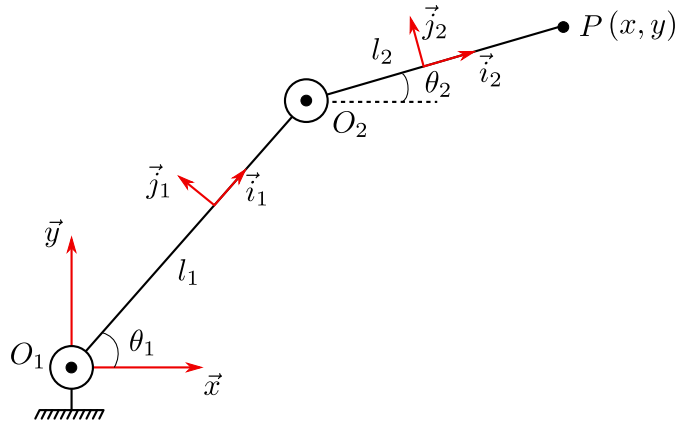


Fig. 2.9 Repérage du robot selon la convention de Denavit & Hartenberg.

Pour établir le modèle géométrique, le robot n'ayant que deux degrés de liberté, nous utilisons les relations géométriques de la figure 2.9 :

$$\begin{cases} x = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos \theta_2 \\ y = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin \theta_2 \end{cases} \quad (2.1)$$

	α_i	\mathbf{a}_i	\mathbf{d}_{i+1}	θ_{i+1}
$C_0 \rightarrow C_1$	0	0	0	$q_1 + q_{1,0}$
$C_0 \rightarrow C_2$	0	l_1	0	$q_2 + q_{2,0}$

Table 2.2 Tableau des paramètres DH de DROPI_C. Les paramètres $q_{1,0}$ et $q_{2,0}$ sont les coordonnées articulaires de la position initiale du robot, qui sont choisies arbitrairement nulles ici. La position initiale du robot est donc “bras tendu” selon l’axe \vec{x} .

Le modèle géométrique permet de commander le point P de l’effecteur du robot en position articulaire. En revanche, pour commander le robot avec une trajectoire de consigne décrite dans le repère cartésien, il faut disposer du modèle géométrique inverse.

Modèle géométrique inverse

Pour obtenir le modèle géométrique inverse, il faut inverser le système non linéaire 2.1. Nous utilisons pour cela le théorème d’Al Kashi pour le triangle O_1O_2P de la figure 2.10 :

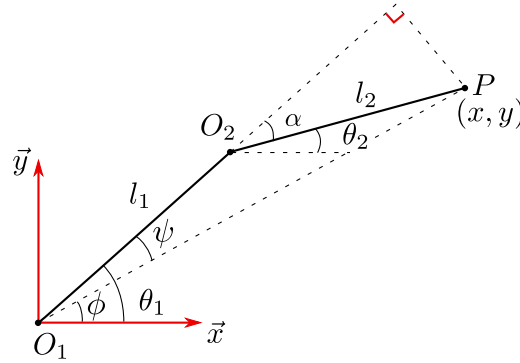


Fig. 2.10 Relations géométriques dans le plan pour l’inversion du MGD

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \theta_1 - \theta_2 \\ x^2 + y^2 = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2 \cos \alpha \\ \phi = \arctan \frac{y}{x} \\ \psi = \arctan \frac{l_2 \sin \alpha}{l_1 + l_2 \cos \alpha} \\ \theta_1 = \phi + \psi \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha = \arccos \frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2} \\ \theta_1 = \arctan \frac{y}{x} + \arctan \frac{l_2 \sin \alpha}{l_1 + l_2 \cos \alpha} \\ \theta_2 = \theta_1 - \alpha \end{array} \right. \quad (2.2)$$

Le signe de l’angle α permet de connaître la configuration du robot : s’il est positif, on dit que le robot a le “coude à gauche” ou au contraire, si α est négatif, le robot a le “coude à droite”. La configuration du robot peut être modifiée selon les besoins d’utilisation, mais ne doit pas changer au cours d’une trajectoire, pour éviter de passer par une position singulière, *i.e.*

une position du robot qui entraîne une perte de mobilité⁴. L'expression du cosinus de l'angle α est utilisée pour vérifier que les points de la trajectoire de consigne ne s'approchent pas de ses configurations singulières, et donc qu'ils sont atteignables par le robot :

$$|\cos \alpha| \leq 1 \Leftrightarrow (l_1 - l_2)^2 \leq x^2 + y^2 \leq (l_1 + l_2)^2 \quad (2.3)$$

ce qui est ici le cas quand ils sont compris dans un anneau de rayon intérieur $l_1 - l_2$ et de rayon extérieur $l_1 + l_2$. Cet anneau est encore restreint par les butées du robots. La figure 2.11 montre l'ensemble des points atteignables par le robot dans une position donnée, avec des butées arbitraires : tous les points dans la zone grise sont atteignables par le point P de son effecteur et les bords de la zone constituent l'ensemble des points pour lesquels la configuration du robot est soit singulière, soit en butée, entraînant une perte de mobilité du robot.

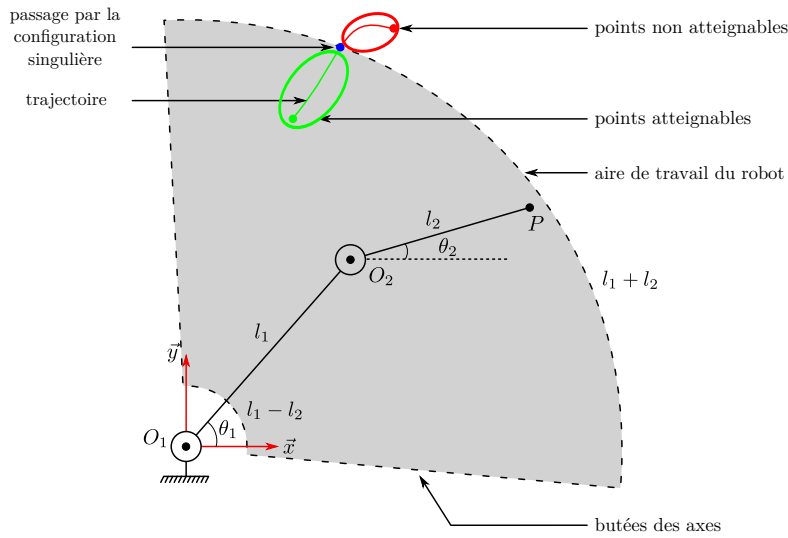


Fig. 2.11 Condition d'atteignabilité du robot. L'aire de travail du robot est comprise entre les cercles de rayon $l_1 - l_2$ et $l_1 + l_2$, et les butées des deux axes. Le robot ne peut atteindre que les points se trouvant à l'intérieur de la zone grise entourée de pointillés.

Le modèle géométrique seul permet de commander le robot, mais pour le dimensionnement des moteurs et des réducteurs, il est nécessaire d'élaborer son modèle cinématique et son modèle dynamique.

2.1.3 Modèle cinématique

Le modèle cinématique s'obtient en dérivant le modèle géométrique de l'équation 2.1. Nous faisons alors le lien entre les vitesses opérationnelles \dot{x} , \dot{y} de l'extrémité de l'effecteur et les vitesses articulaires $\dot{\theta}_1$ et $\dot{\theta}_2$:

4. La mobilité du robot est sa capacité à produire des déplacements dans l'espace cartésien selon chacune des composantes opérationnelles, de manière indépendante en fonctions de ses déplacements articulaires. Si un déplacement articulaire est tel que les déplacements opérationnels ne sont plus indépendants, le robot a perdu un ou plusieurs degrés de liberté, ce que l'on appelle une perte de mobilité [Vitrani et Morel, 2012].

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}}_{\dot{X}} = \underbrace{\begin{pmatrix} -l_1 \sin \theta_1 & -l_2 \sin \theta_2 \\ l_1 \cos \theta_1 & l_2 \cos \theta_2 \end{pmatrix}}_J \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}}_{\dot{q}} \quad (2.4)$$

où J est la matrice jacobienne du modèle géométrique direct. Les configurations singulières du robot sont atteintes dans les positions bras “tendu” et bras “replié”, *i.e.* quand $\theta_1 = \theta_2[\pi]^5$.

2.1.4 Modèle dynamique

Avant d’établir le modèle dynamique du robot, nous rappelons que les liaisons sont supposées parfaites et donc qu’il n’y a pas de perte de puissance. Les efforts mécaniques qui s’exercent sur le robot sont alors réduits aux couples moteurs et aux efforts de contact avec l’environnement, modélisés par une force ponctuelle \vec{F} appliquée en un point A de l’effecteur, comme le montre le schéma de la figure 2.12. Nous notons G_i le centre de gravité du corps i , $O_i \vec{G}_i = c_i$ la position du centre d’inertie relativement au corps i du robot, C_{mi} le couple moteur de l’axe i , et $O_2 \vec{A} = a_2$ la position du point d’application de l’effort \vec{F} sur l’effecteur.

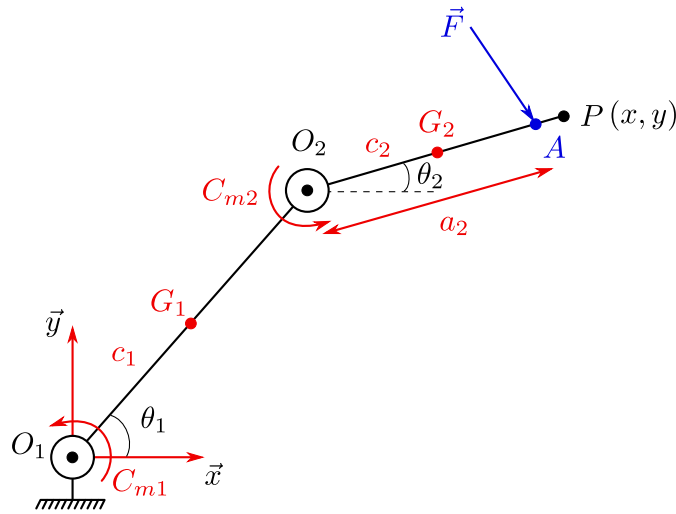


Fig. 2.12 Efforts mécaniques exercés sur le robot.

Pour établir le modèle dynamique, nous utilisons la méthode de Lagrange [Lagrange, 1853]. On commence alors par calculer l’énergie cinétique du robot par rapport au référentiel du laboratoire, qui est la somme des énergies cinétiques de chacun de ses corps :

$$\mathcal{E}_c = \mathcal{E}_{c1} + \mathcal{E}_{c2} \quad (2.5)$$

Nous calculons classiquement l’énergie cinétique \mathcal{E}_{ci} du corps i en effectuant le co-moment des torseurs cinématiques $\mathcal{V}_{G_i}(C_i/C_0)$ et cinétiques $\mathcal{C}_{G_i}(C_i/C_0)$:

5. Les colonnes de J sont alors liées, ce qui implique une perte de mobilité du robot.

$$\begin{aligned}
 \mathcal{V}_{G_1}(C_1/C_0) &= \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \vec{z} \\ c_1 \dot{\theta}_1 \vec{y}_1 \end{Bmatrix}, & \mathcal{V}_{G_2}(C_2/C_0) &= \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_2 \vec{z} \\ l_1 \dot{\theta}_1 \vec{y}_1 + c_2 \dot{\theta}_2 \vec{y}_2 \end{Bmatrix} \\
 \mathcal{C}_{G_1}(C_1/C_0) &= \begin{Bmatrix} m_1 c_1 \dot{\theta}_1 \vec{y}_1 \\ I_{1z} \dot{\theta}_1 \vec{z} \end{Bmatrix}, & \mathcal{C}_{G_2}(C_2/C_0) &= \begin{Bmatrix} m_2 (l_1 \dot{\theta}_1 \vec{y}_1 + c_2 \dot{\theta}_2 \vec{y}_2) \\ I_{2z} \dot{\theta}_2 \vec{z} \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

où I_{iz} est le moment d'inertie du corps i par rapport à l'axe \vec{z} . Nous obtenons donc :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E}_c &= \mathcal{E}_{c_1} + \mathcal{E}_{c_2} \\
 &= \frac{1}{2} \mathcal{V}_{G_1}(C_1/C_0) \otimes \mathcal{C}_{G_1}(C_1/C_0) + \frac{1}{2} \mathcal{V}_{G_2}(C_2/C_0) \otimes \mathcal{C}_{G_2}(C_2/C_0) \\
 &= \frac{1}{2} (I_{1z} + m_1 c_1^2 + m_2 l_1^2) \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} (I_{2z} + m_2 c_2^2) \dot{\theta}_2^2 + m_2 l_1 c_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Nous calculons maintenant les puissances virtuelles des actions mécaniques extérieures qui s'exercent sur le robot. Les actions mécaniques qui vont développer de la puissance sont les couples moteurs, les poids des corps et l'effort F . Nous exprimons donc les torseurs $\mathcal{F}_{O_1}(mot_1 \rightarrow C_1)$, $\mathcal{F}_{O_2}(mot_2 \rightarrow C_2)$, $\mathcal{F}_{G_1}(P_1 \rightarrow C_1)$, $\mathcal{F}_{G_2}(P_2 \rightarrow C_2)$ et $\mathcal{F}_A(F \rightarrow C_2)$:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_{O_1}(mot_1 \rightarrow C_1) &= \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_{m1} \vec{z} \end{Bmatrix}, & \mathcal{F}_{O_2}(mot_2 \rightarrow C_2) &= \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_{m2} \vec{z} \end{Bmatrix} \\
 \mathcal{F}_{G_1}(P_1 \rightarrow C_1) &= \begin{Bmatrix} -m_1 g \vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}, & \mathcal{F}_{G_2}(P_2 \rightarrow C_2) &= \begin{Bmatrix} -m_2 g \vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \\
 \mathcal{F}_A(F \rightarrow C_2) &= \begin{Bmatrix} F_x \vec{x} + F_y \vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Nous calculons maintenant la puissance virtuelle totale exercée sur le robot :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P}_{ext}^* &= \mathcal{P}^*(mot_1 \rightarrow C_1) + \mathcal{P}^*(mot_2 \rightarrow C_2) + \mathcal{P}^*(P_1 \rightarrow C_1) + \mathcal{P}^*(P_2 \rightarrow C_2) + \mathcal{P}^*(F \rightarrow C_2) \\
 &= \mathcal{F}_{O_1}(mot_1 \rightarrow C_1) \otimes \mathcal{V}^*_{O_1}(C_1/C_0) + \mathcal{F}_{O_2}(mot_2 \rightarrow C_2) \otimes \mathcal{V}^*_{O_2}(C_2/C_0) \\
 &\quad + \mathcal{F}_{G_1}(P_1 \rightarrow C_1) \otimes \mathcal{V}^*_{G_1}(C_1/C_0) + \mathcal{F}_{G_2}(P_2 \rightarrow C_2) \otimes \mathcal{V}^*_{G_2}(C_2/C_0) \\
 &\quad + \mathcal{F}_A(F \rightarrow C_2) \otimes \mathcal{V}^*_A(C_2/C_0) \\
 &= (C_{m1} - (m_1 c_1 + m_2 l_1) \cos \theta_1 g + l_1 (F_y \cos \theta_1 - F_x \sin \theta_1)) \dot{\theta}_1^* \\
 &\quad + (C_{m2} - m_2 c_2 \cos \theta_2 g + l_2 (F_y \cos \theta_2 - F_x \sin \theta_2)) \dot{\theta}_2^*
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Enfin, l'écriture des équations de Lagrange permet d'obtenir le modèle dynamique du robot sous la forme canonique⁶ $\Gamma + DF = A\ddot{\Theta} + B\dot{\Theta}\dot{\Theta} + C\dot{\Theta}^2 + G$, où $\ddot{\Theta} = [\ddot{\theta}_1 \ \ddot{\theta}_2]^T$ est le vecteur des accélérations articulaires, $\dot{\Theta}\dot{\Theta} = \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2$ est le produit croisé des vitesses articulaires, $\dot{\Theta}^2 = [\dot{\theta}_1^2 \ \dot{\theta}_2^2]^T$ est le vecteur des carrés des vitesses articulaires, G est le vecteur contenant les termes liés à la gravité et $\Gamma = [C_{m1} \ C_{m2}]^T$ est le vecteur des efforts articulaires. Dans ces conditions, la matrice A est la matrice d'inertie, la matrice B est la matrice des effets centrifuges, C est la matrice des effets de Coriolis et le produit DF est assimilé à un couple perturbateur Γ_{ext} . En appliquant les formules de Lagrange $\mathcal{L}_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{E}_c}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial \mathcal{E}_c}{\partial \theta_i} = \frac{\partial \mathcal{P}_{ext}^*}{\partial \dot{\theta}_i}$, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} C_{m1} \\ C_{m2} \end{bmatrix} + \overbrace{\begin{pmatrix} l_1 \cos \theta_1 & -l_1 \sin \theta_1 \\ l_2 \cos \theta_2 & -l_2 \sin \theta_2 \end{pmatrix}}^D \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} &= \overbrace{\begin{pmatrix} I_{1z} + m_1 c_1^2 + m_2 l_1^2 & m_2 l_1 c_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ m_2 l_1 c_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) & I_{2z} + m_2 c_2^2 \end{pmatrix}}^A \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \\ + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & m_2 l_1 c_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ -m_2 l_1 c_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) & 0 \end{pmatrix}}_C \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} (m_1 c_1 + m_2 l_1) \cos \theta_1 \\ m_2 c_2 \cos \theta_2 \end{bmatrix}}_g g & \end{aligned} \quad (2.10)$$

Nous voyons donc apparaître un couplage entre les axes du robot dus à l'effet de Coriolis, qui est d'autant plus faible que la configuration du robot est proche de sa configuration initiale “bras tendu”.

Maintenant que la cinématique et la dynamique du robot sont connues, il faut dimensionner ses différents éléments mécaniques (corps du robot, moteurs, réducteurs,...) pour satisfaire le cahier des charges.

2.1.5 Dimensionnement & choix des éléments

Surface de travail du robot

Nous commençons par rechercher la surface minimale englobant toutes les trajectoires enregistrées. L'étude qui a permis d'établir le cahier des charges au paragraphe 2.1.1, a montré que celles-ci pouvaient être contenues dans un carré de 20 mm de côté. Nous supposons ici que les butées des axes du robot sont telles que son mouvement est limité dans le premier quadrant du plan. L'aire de travail A_w du robot est alors le quart de la surface d'un anneau de rayon intérieur $l_1 - l_2$ et de rayon extérieur $l_1 + l_2$. L'aire de travail du robot A_{cdc} ⁷ du cahier des charges doit alors respecter la condition suivante :

$$A_{cdc} \leq A_w = \pi l_1 l_2 \quad (2.11)$$

6. La forme usuelle de cette équation en robotique.

7. **ACDC** \m/

Couples articulaires

Nous cherchons maintenant les caractéristiques de l'ensemble {moteur, réducteur, codeur} permettant de satisfaire le cahier des charges. Nous notons C_{mi} le couple moteur, $V_{mot,i}$ la vitesse du moteur, R_i le rapport de réduction et $N_{p,i}$ la résolution du codeur en nombre d'impulsions par tour de l'axe i . Nous rappelons que pour des raisons pratiques, le robot doit être compact, afin de pouvoir l'adapter à un grand nombre d'instruments (voir § 2.1.1, *Encombrement*). Nous avons choisi de fixer les moteurs sur la base du robot et de réaliser la transmission du mouvement de l'arbre du réducteur 2 à l'axe A_2 par une courroie rigide. Nous appliquons le principe de dualité cinémato-statique⁸ à l'équation 2.4, ce qui nous permet de déterminer une relation symétrique entre les couples maxima exercés par les moteurs en sortie du réducteur et l'effort \vec{F} appliqué à l'extrémité de l'effecteur :

$$\begin{bmatrix} C_{m1}R_1 \\ C_{m2}R_2 \end{bmatrix} = J^T \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Les moteurs doivent pouvoir supporter l'effort \vec{F} dans la configuration la plus défavorable, *i.e.* quand le robot est “bras tendu” ($\theta_1 = \theta_2$) et que l'effort \vec{F} est orthogonal à l'effecteur⁹. Nous pouvons alors exprimer le lien entre les couples articulaires et la norme de \vec{F} :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} C_{m1}R_1 \\ C_{m2}R_2 \end{bmatrix} &= \begin{pmatrix} -l_1 \sin \theta_1 & l_1 \cos \theta_1 \\ -l_2 \sin \theta_2 & l_2 \cos \theta_2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -\sin \theta_1 F \\ \cos \theta_1 F \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} C_{m1}R_1 \\ C_{m2}R_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} l_1 F \\ l_2 F \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Cette relation permettra de dimensionner les couples moteur du robot en fonction de l'effort maximal à supporter donné par le cahier des charges (voir section 2.1.1).

Vitesse des moteurs

Nous exprimons maintenant la relation entre les vitesses articulaires $\dot{\theta}_1$ et $\dot{\theta}_2$ en fonction de la vitesse opérationnelle V_{cdc} maximale désirée pour l'extrémité de l'effecteur (voir § 2.1.1), en utilisant le modèle cinématique 2.4 :

$$\begin{aligned} V_{cdc}^2 &= \dot{x}^2 + \dot{y}^2 \\ &= l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + 2l_1 l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \end{aligned} \quad (2.14)$$

8. Ce principe stipule que la relation cinématique entre les paramètres cartésiens et articulaires est duale (symétrique) à la relation statiques qui existe entre les efforts opérationnels appliqués au robot (ici, l'effort de appliqué sur l'effecteur) et les couples moteurs [Vitrani et Morel, 2012]

9. Cette configuration est la plus défavorable car l'analyse statique du robot montre que l'effort \vec{F} est transmis intégralement aux deux axes du robot [Vitrani et Morel, 2012].

La vitesse désirée du cahier des charges V_{cdc} doit être atteinte dans le cas le plus défavorable pour le robot, *i.e.* quand $\theta_1 = \theta_2$ ¹⁰. Ainsi, nous avons :

$$\begin{aligned} V_{cdc}^2 &= l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ &= (l_1 \dot{\theta}_1 + l_2 \dot{\theta}_2)^2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

De plus, la vitesse V_{cdc} doit être atteinte par chaque moteur fonctionnant seul. Les vitesses articulaires $\dot{\theta}_i$ sont liées aux vitesses des moteurs par la relation $\dot{\theta}_i = \frac{2\pi V_{mot}}{60 R_i}$, nous avons donc :

$$\begin{cases} \frac{2\pi l_1 V_{mot,1}}{60 R_1} = V_{cdc} \\ \frac{2\pi l_2 V_{mot,2}}{60 R_2} = V_{cdc} \end{cases} \quad (2.16)$$

Résolution spatiale en boucle ouverte

Pour exprimer la résolution spatiale que peuvent mesurer les roues codeuses en coordonnées cartésiennes, nous imaginons le robot dans une position articulaire (θ_1, θ_2) quelconque et nous effectuons des petites variations autour de cette position. Le lien entre l'incrément opérationnel (dx, dy) et l'incrément articulaire $(d\theta_1, d\theta_2)$ est :

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} d\theta_1 \\ d\theta_2 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Puis nous calculons la distance dp qui sépare les positions P successives de l'effecteur :

$$\begin{aligned} dp^2 &= dx^2 + dy^2 \\ &= l_1^2 d\theta_1^2 + l_2^2 d\theta_2^2 + 2l_1 l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) d\theta_1 d\theta_2 \end{aligned} \quad (2.18)$$

Comme pour le calcul de la vitesse, nous choisissons le cas le plus défavorable où $\theta_1 = \theta_2$, et nous souhaitons que cette résolution soit une caractéristique de chacun des axes du robot. En multipliant la résolution articulaire par l'inverse de la résolution du codeur et en se plaçant en sortie du réducteur, on obtient :

$$\begin{cases} \frac{2\pi l_1}{N_1 R_1} = dp_{cdc} \\ \frac{2\pi l_2}{N_2 R_2} = dp_{cdc} \end{cases} \quad (2.19)$$

Les équations 2.11, 2.13, 2.16 et 2.19 vont permettre de choisir les composants du robot.

10. En raison de la dualité cinémato-statique, la justification de la configuration défavorable donnée par la note 9 est valable ici aussi.

2.1.6 Vérification

Choix des moteurs et des réducteurs

Afin d'assurer au robot une amplitude de mouvement suffisante pour reproduire les gestes des musiciens, nous choisissons $l_1 = l_2 = 45$ mm. La longueur du robot est alors proche de celle d'un doigt humain [Chadefaux *et al.*, 2012b]. Nous rappelons que le cahier des charges impose au robot de supporter une charge maximale de 20 N à l'extrémité de son effecteur, d'aller à une vitesse opérationnelle de 2,0 m/s, avec une précision de 0,05 mm dans l'espace opérationnel. Nous cherchons donc à résoudre le système :

$$\begin{cases} \frac{2\pi l_i}{N_{p,i} R_i} &= dp_{cdc} \\ C_{m,i} &= l_i F_{cdc} / R_i \\ \frac{4\pi V_{mot,i}}{60 R_i} l_i &= V_{cdc} \end{cases} \quad (2.20)$$

où l'axe est noté i , puisque les moteurs seront identiques du fait de l'hypothèse $l_1 = l_2$. Nous disposons de trois équations et quatre inconnues, N_i , R_i , $V_{mot,i}$ et $C_{m,i}$. Afin de pouvoir résoudre le système 2.20, nous fixons la résolution des codeurs N_i à 500 impulsions par tours. C'est une valeur courante pour les composants du commerce. Nous pouvons donc écrire :

$$\begin{cases} R_i &= \frac{2\pi l_i}{dp_{cdc} N_i} = 11,3 \\ C_{m,i} &= \frac{l_i F}{R_i} = 79,6 \text{ mN} \cdot \text{m} \\ V_{mot,i} &= \frac{60 R_i V_{cdc}}{4\pi l_i} = 2398 \text{ tr/min} \end{cases} \quad (2.21)$$

Le moteur à courant continu *Maxon RE35-285792*, le réducteur *Maxon GP42C-203115* et le codeur *Maxon HEDL5540-110513* possèdent des caractéristiques proches de celles obtenues ci-dessus. Le rapport de réduction réel $R_{1,2} = R$ est de 12 : 1, le couple nominal du moteur $C_{1,2} = C_m$ est de 105 mN · m et la vitesse maximale du moteur $V_{mot,1,2} = V_{mot}$ est de 2970 tr/min.

Choix de la courroie

Afin de limiter l'incertitude sur le déplacement de l'axe 2 du robot lors de la transmission de la rotation du moteur, on choisit d'utiliser des poulies et une courroie crantées. Nous nous plaçons en sortie du réducteur, et nous choisissons d'utiliser deux poulies identiques de diamètre moyen $D = 17$ mm, qui dépend de la dimension de l'axe du réducteur déjà choisi et des dimensions standard disponibles dans le commerce. Pour réduire au maximum les frottements lors de la transmission du mouvement, la courroie doit être tendue. La relation entre la longueur de la courroie L , l_1 et D est :

$$L = 2l_1 + \pi D \quad (2.22)$$

Nous devons utiliser une courroie de longueur $L = 161$ mm. Les courroies disponibles dans le commerce dont la longueur est la plus proche de L mesurent 177,5 mm de long. La valeur de

l_1 doit maintenant être ajustée en fonction de la longueur de la courroie et des poulies choisies. Nous avons donc $l_1 = 62,04$ mm, que nous arrondissons à 62,1 mm afin de nous assurer que la courroie soit toujours bien tendue. Nous souhaitons garder $l_2 = 45$ mm afin de conserver une longueur totale correspondant à celle d'un doigt humain. Les corps du robot sont usinés dans l'atelier du laboratoire. Le matériau utilisé est le *Dural* (AU4G).

Vérification des spécifications du cahier des charges (voir § 2.1.1)

- **Effort de contact** Les ensembles {moteurs, réducteur, codeur} sont identiques et le couple maximal qu'il peuvent développer est $C'_m = C_m R = 1,286$ N · m. Les efforts que peuvent fournir chacun des ensembles sont $F'_1 = 20,7$ N et $F'_2 = 27,1$ N, qui sont supérieurs à l'effort maximal de 20 N demandé.

- **Vitesse maximale** Vérifions maintenant que la vitesse de rotation des moteurs permet de satisfaire la spécification du cahier des charges concernant la vitesse de l'effecteur. Les moteurs choisis possèdent une vitesse de rotation maximale de 2970 tr/min. En se plaçant à la sortie du réducteur et en considérant que les corps C_1 et C_2 sont alignés, la vitesse maximale instantanée que le robot peut fournir pour chaque axe est $V'_1 = 1,58$ m/s et $V'_2 = 1,21$ m/s. Le robot pourra donc se déplacer au maximum à la vitesse de son axe le plus lent, c'est-à-dire à $V'_{cdc} = 1,21$ m/s. L'effecteur du robot peut donc se déplacer à une vitesse légèrement inférieure à celle demandée, qui est $V_{cdc} = 2,0$ m/s. La vitesse V'_{cdc} est pourtant suffisante, car elle permet de reproduire 100% des trajectoires mesurées sur le clavecin et 80% des trajectoires mesurées sur la harpe, ce que l'on peut constater en observant le graphique de la figure 2.5.

- **Espace de travail** Pour la surface de travail, nous reprenons les hypothèses précédentes : on suppose que l'espace atteignable du robot est réduit au premier quadrant du plan dans un anneau de rayon intérieur $l_1 - l_2$ et de rayon extérieur $l_1 + l_2$. L'aire de cette surface est $A'_{cdc} = 2195$ mm², en utilisant la formule 2.11. Le robot décrit une région suffisamment grande pour contenir un carré de 20 mm de côté.

- **Résolution spatiale** Pour déterminer la résolution spatiale du robot, nous utilisons l'équation 2.19 et nous obtenons $dp'_1 = 0,06$ mm et $dp'_2 = 0,05$ mm ce qui satisfait la demande du cahier des charges.

- **Temps de parcours** Enfin, calculons la durée minimale que met le robot à parcourir la distance correspondant au périmètre P_{cdc} de son aire de travail A_{cdc} à la vitesse maximale calculée V'_{cdc} . Nous cherchons à vérifier ici que l'aire de travail et la vitesse maximale du robot soient suffisamment bien dimensionnées pour lui permettre de reproduire des trajectoires assez longues. Nous nous attendons à trouver, si tel est le cas, un temps de parcours $\Delta t'_{cdc}$ inférieur à la valeur du cahier des charges Δt_{cdc} , ce qui permettra au robot d'utiliser toute sa plage de vitesse lors de la reproduction des trajectoires de consigne.

Critère	Valeur désirée	Valeur effective	Adéquation
Force (F_{cdc})	20 N	20,7 N	✓
Aire de travail (A_{cdc})	400 mm ²	2195 mm ²	✓
Vitesse du point P de l'effecteur (V_{cdc})	2,0 m/s	1,21 m/s	×
Durée des trajectoires (Δt_{cdc})	320 ms	66,1 ms	✓
Résolution spatiale (dp_{cdc})	0,05 mm	0,06 mm	~

Table 2.3 Récapitulatif des paramètres du robot et comparaison avec les valeurs du cahier des charges. La valeur de l'effort réel F_{cdc} indiquée est le minimum des valeurs calculées pour chaque axe du robot.

$$\Delta t'_{cdc} = \frac{P_{cdc}}{V'_{cdc}} = \frac{4 \times 20 \text{ mm}}{V'_{cdc}} = 66,1 \text{ ms} \quad (2.23)$$

$\Delta t'_{cdc}$ est donc inférieur à 320 ms.

• **Bilan** Le tableau 2.3 rassemble les valeurs calculées dans cette section et les compare aux spécifications du cahier des charges. Nous rappelons que les corps du robot ainsi que sa base sont en dural et ont été réalisés au laboratoire. Nous allons maintenant détailler les lois de commandes utilisées.

2.2 Lois de commande

Le robot est commandé de manière classique par un asservissement de position articulaire, afin de suivre les trajectoires de consigne. Cette boucle de rétro-action englobe un asservissement bas niveau du courant envoyé aux moteurs. La figure 2.13 présente le schéma bloc du système, incluant des vues de détail des correcteurs proportionnel-intégral-dérivé (PID) de la boucle de position et proportionnel-intégral (PI) de la boucle de courant. Le logiciel du robot, qui génère la commande, fonctionne sur une baie de commande en temps réel. Après la description du fonctionnement de la baie de commande, nous détaillons l'étape de réglage de ces asservissements, puis nous analysons les performances du robot en situation réelle, au contact d'un instrument.

2.2.1 Baie de commande & contrôleur pour l'asservissement des moteurs

Nous utilisons pour l'architecture matérielle du robot une baie de commande *Haption* et un système d'exploitation Linux temps réel basé sur la librairie *Xenomai*. La baie de commande regroupe la carte mère sur laquelle est installée le système temps réel et la carte d'axes du robot, qui génère les commandes de courant à envoyer aux moteurs et sert d'interface physique pour récupérer les données des capteurs du robot. Le dialogue entre la carte mère et la carte d'axes

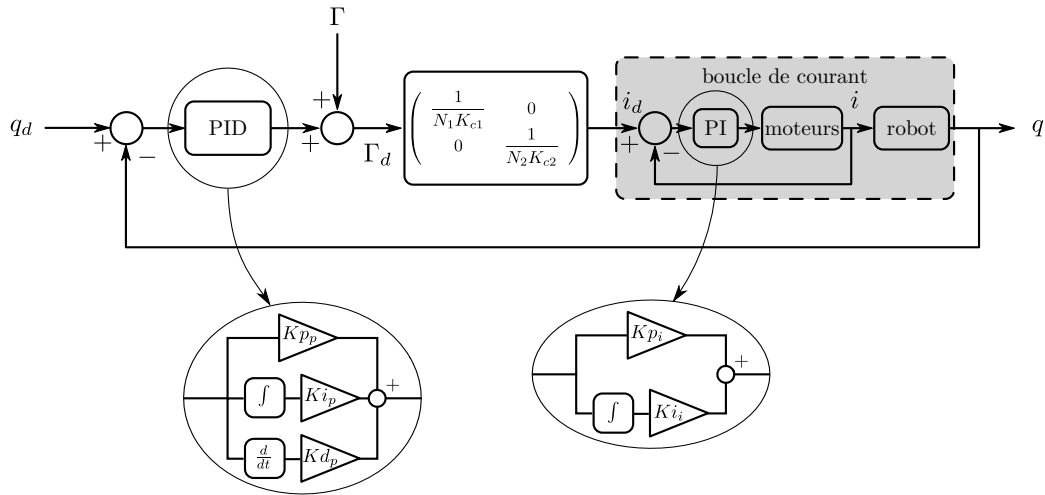


Fig. 2.13 Schéma d'asservissement complet du robot. La commande des moteurs est effectuée par la boucle de courant, qui est imbriquée dans la boucle d'asservissement de la position articulaire du robot, ce que l'on appelle des boucles en cascades.

s'effectue via une librairie spécifique qui utilise le protocole *PC104*, comme le montre le schéma de la figure 2.14.

La carte d'axes possède un micro-contrôleur dont la fonction est d'assurer l'asservissement en courant des moteurs. Dans le cas de boucles imbriquées, aussi nommées boucles en cascade, il faut régler la boucle la plus interne en premier. Nous commençons donc par régler la boucle de courant. Cette boucle de rétroaction utilise un correcteur PI, dont les gains sont réglés avec une interface spécifique fournie par le fabricant, puis stockés dans la mémoire flash de la carte. Ce réglage n'est plus modifiable ensuite à travers le système d'exploitation Linux temps réel. La période d'échantillonnage de la boucle de courant est de 40 μ s, valeur qui est imposée par le constructeur. Pour régler les gains de cette boucle, nous envoyons à chaque moteur, dont la rotation est bloquée, un échelon de courant. L'ordre dans lequel les axes du robot sont réglés est important. En effet, l'axe 1 subit les effets inertiels de l'axe 2 dans son mouvement, c'est pourquoi nous réglons l'axe 2 en premier. La figure 2.15 montre la consigne envoyée et la réponse mesurée pour chaque axe, lorsque les gains proportionnel et intégral sont réglés. Ces mesures ont été effectuées par l'intermédiaire de la carte d'axe de la baie de commande du robot. Le réglage est effectué selon une méthode manuelle [Astrom et Hagglund, 1995], analogue à celle de Ziegler et Nichols [Ziegler et Nichols, 1942] :

- le gain proportionnel est d'abord réglé jusqu'à la limite de stabilité du système, les autres gains étant nuls,
- le gain proportionnel est divisé par deux,
- on supprime l'erreur statique en augmentant progressivement le gain intégral.

Nous calculons ensuite pour chaque axe, à partir des mesures de la figure 2.15, le dépassement, le temps de réponse à 5%, et l'erreur statique. Les mesures sont résumées dans la table B.2, dans l'annexe B. L'accent est mis dans ce cas sur le temps de réponse et l'erreur statique, critique

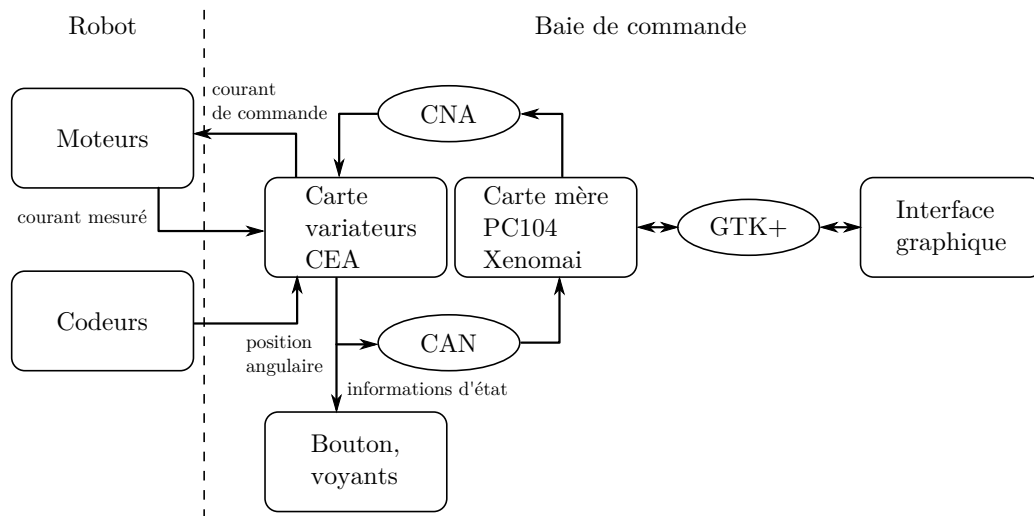


Fig. 2.14 Fonctionnement de la baie de commande. Les moteurs et les codeurs sont commandés par la carte d'axes (carte variateur), elle-même commandée par la carte mère du contrôleur, sur laquelle le système d'exploitation est installé. La boucle d'asservissement des moteurs est contrôlée par la carte d'axe tandis que la boucle d'asservissement en position est gérée par la carte mère. Une interface graphique permet d'envoyer des ordres aux moteurs à travers les différentes couches logicielles.

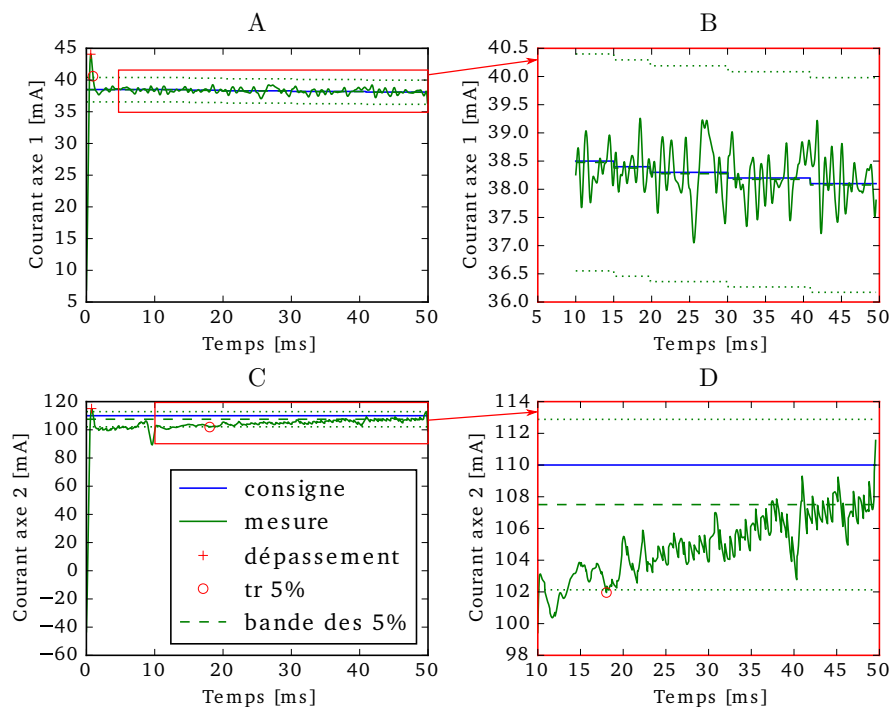


Fig. 2.15 Réglage des boucles de courant. Les graphes représentent les mesures des courants dans les moteurs en réponse à des consignes en échelon. Les '+' montrent les points pour le calcul du dépassement et les 'o' montrent les points pour le calcul du temps de réponse à 5%. Les pointillés présentent la bande des 5%.

dans notre cas puisque qu'il s'agit de suivre une trajectoire reproduisant un geste musical très précis. En contrepartie, un fort dépassement survient en début de réponse, mais celui-ci est très rapidement amorti, nous considérons donc que le réglage de cette boucle de courant est correct et sera amélioré par le réglage de la boucle de position du robot. Les valeurs des gains utilisées par la suite sont données dans l'annexe B, par la table B.3.

2.2.2 Asservissement de la position

Présentation

La position articulaire du robot est asservie afin de reproduire des trajectoires de consigne. La période d'échantillonnage de la boucle de position est égale à 1 ms. La consigne de position est envoyée au correcteur PID, qui génère une commande de couple $\Gamma_{d,i}$ à envoyer aux moteurs par l'intermédiaire de la boucle de courant, selon un schéma de type décentralisé¹¹, en supposant le couple perturbateur Γ_{ext} nul :

$$\begin{cases} \Gamma_{d,1} &= Kp_{p1}\epsilon_1 + Ki_{p1} \int_0^t \epsilon_1 dt + Kd_{p1} \frac{d\epsilon_1}{dt} \\ \Gamma_{d,2} &= Kp_{p2}\epsilon_2 + Ki_{p2} \int_0^t \epsilon_2 dt + Kd_{p2} \frac{d\epsilon_2}{dt} \end{cases} \quad (2.24)$$

où les constantes Kp_{pi} , Ki_{pi} , Kd_{pi} sont les gains des correcteurs de l'axe i , et ϵ_i est l'erreur de position articulaire de l'axe i . L'origine des temps pour le calcul du terme intégral est l'instant où une nouvelle consigne est donnée par l'utilisateur. La conversion du couple de commande en courant de commande $[i_{d,1}, i_{d,2}]^T$ se fait selon la relation :

$$\begin{bmatrix} i_{d,1} \\ i_{d,2} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{N_1 K_{c1}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{N_2 K_{c2}} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_{d,1} \\ \Gamma_{d,2} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

où N_i est l'inverse du rapport de réduction R_i et K_{c_i} est la constante de couple de l'axe i . Le réglage des gains du correcteur PID se font avec l'interface du robot et par l'envoi de signaux canoniques sur ses deux moteurs, comme nous allons le voir dans les prochains paragraphes.

Réglage des gains du correcteur PID

Le correcteur PID de la boucle de position peut être réglé par l'intermédiaire de l'interface de commande du robot. Nous effectuons ce réglage en l'absence de couple perturbateur, *i.e.* lorsque le robot n'est pas au contact d'un instrument. Le chapitre 3 traitera le cas où Γ_{ext} est non nul. Nous envoyons tour à tour sur les axes du robot trois signaux périodiques canoniques, qui correspondent à des consignes de position articulaires, *i.e.* de rotation de chacun des axes :

- un signal carré d'amplitude crête à crête de 20° et de fréquence 0,2 Hz,
- un signal triangulaire d'amplitude crête à crête de 10° et de fréquence 0,2 Hz,
- un signal sinusoïdal d'amplitude crête à crête de 10° et de fréquence 0,2 Hz.

11. Une commande décentralisée ne rend pas compte des couplages qui existent entre les axes du robot. Les commandes de chaque moteur sont élaborées séparément.

Les axes sont testés séparément, *i.e.* quand un axe reçoit l'un des trois signaux canoniques, l'autre est bloqué.

La méthode de réglage des gains est la même que celle utilisée au paragraphe 2.2.1, à laquelle on ajoute en dernier lieu le réglage du gain dérivé, qui permet d'ajuster le temps de réponse et l'amortissement du système. Les signaux sont cette fois enregistrés par l'interface du robot, et correspondent toujours aux mesures des roues codeuse placées sur les moteurs des axes du robot.

L'observation des réponses aux signaux canoniques permet de quantifier la qualité du réglage des gains de chaque correcteur à partir d'indicateurs différents comme le dépassement ou le temps de réponse à 5%, comme cela a été fait dans le paragraphe 2.2.1.

Réponses à un signal carré

Le signal carré permet de quantifier le dépassement de la consigne, le temps de montée et l'erreur statique de la réponse du robot. La figure 2.16 montre les réponses de chacun des axes du robot à un signal carré. Nous rappelons que chaque axe est mis en mouvement séparément. Les graphiques A et C de la figure 2.16 montrent la réponse des axes 1 et 2 du robot sur plusieurs périodes et en particulier les graphiques B et D présentent un agrandissement de la partie des signaux contenus dans les cadres rouges. Nous constatons que le signal de consigne est suivi régulièrement dans le temps, qu'il n'y a pas de phénomène de dérive sur une durée de 16 s. L'axe 1 ne présente pas de dépassement et un temps de montée d'environ 100 ms, avec une erreur statique nulle. L'axe 2 présente un dépassement d'environ 25% de la valeur de consigne, un temps de montée d'environ 60 ms et une erreur statique nulle. Ces paramètres sont résumés dans la table B.4 de l'annexe B.

Réponses à un signal triangulaire

La réponse à un signal triangulaire permet de valider la correction apportée par le gain intégral Ki_p . Nous constatons sur la figure 2.17 que le robot suit assez bien la consigne au cours du temps avec ses deux axes. Un examen plus en détail des graphiques B et D permet de constater un léger retard lors du changement de pente de la consigne, aux environs de $t = 11,2$ ms. L'erreur de position est alors de $0,2^\circ$ environ pendant 50 ms. Le robot est à sa limite de fonctionnement dans ce cas, car le gain intégral est saturé¹², il n'est donc pas possible de corriger cet écart. Nous observons ainsi les limites mécaniques du robot, car il s'agit d'un retard dû aux frottements secs qui ont lieu au niveau de ses articulations. Ils sont par nature non répétables et difficiles à corriger. Toutefois, le robot n'aura pas *a priori* de points anguleux à effectuer en reproduisant les trajectoires de consigne, ou alors, dans le cas où un tel point existe, la connaissance de ce défaut peut être aisément contourné en lissant la trajectoire autour de ce point.

12. Un gain intégral trop grand peut rendre le système instable lors du réglage, c'est pourquoi une valeur limite du gain existe dans le logiciel du robot. Quand cette valeur est atteinte, on dit que le gain est saturé.

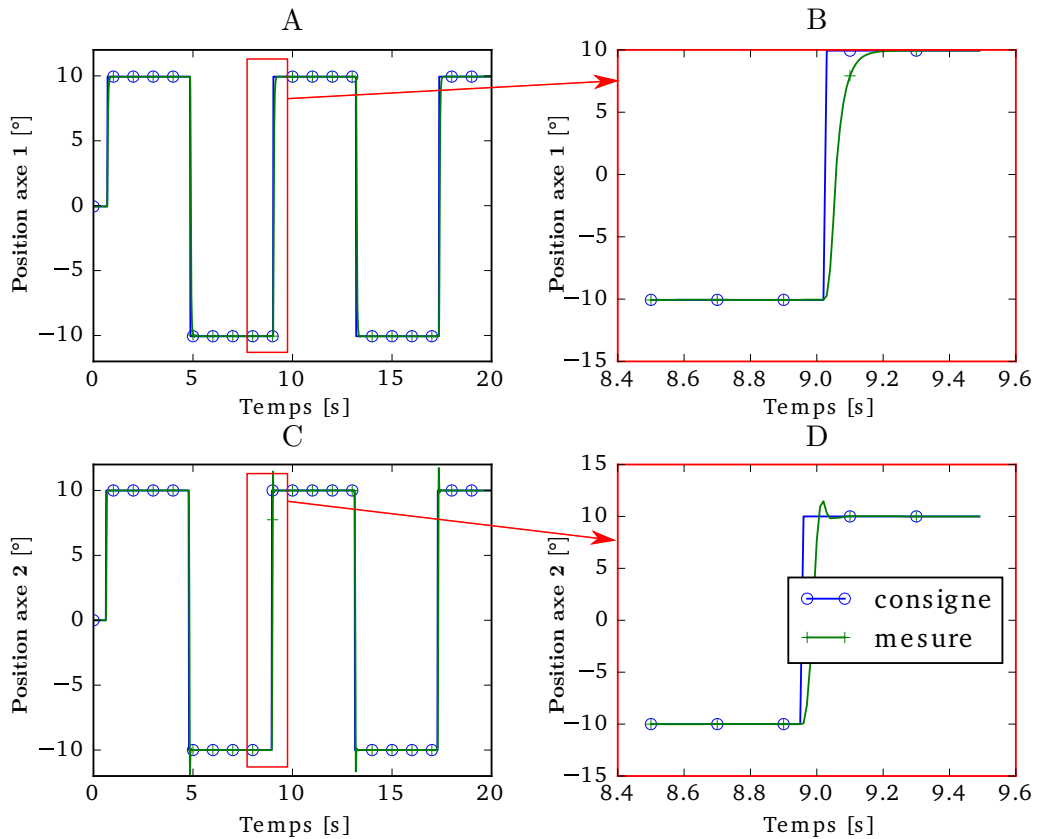


Fig. 2.16 Réponse des axes du robot à un signal carré d'amplitude $\pm 10^\circ$ et de fréquence 0,2 Hz. Les graphes A et B présentent la réponse de l'axe 1 du robot quand il est sollicité, l'axe 2 étant laissé au repos. De même, les graphes C et D présentent les réponses de l'axe 2 quand seul l'axe 1 est au repos. Les graphes B et D sont des agrandissements des portions des signaux A et C contenues dans les cadres rouges.

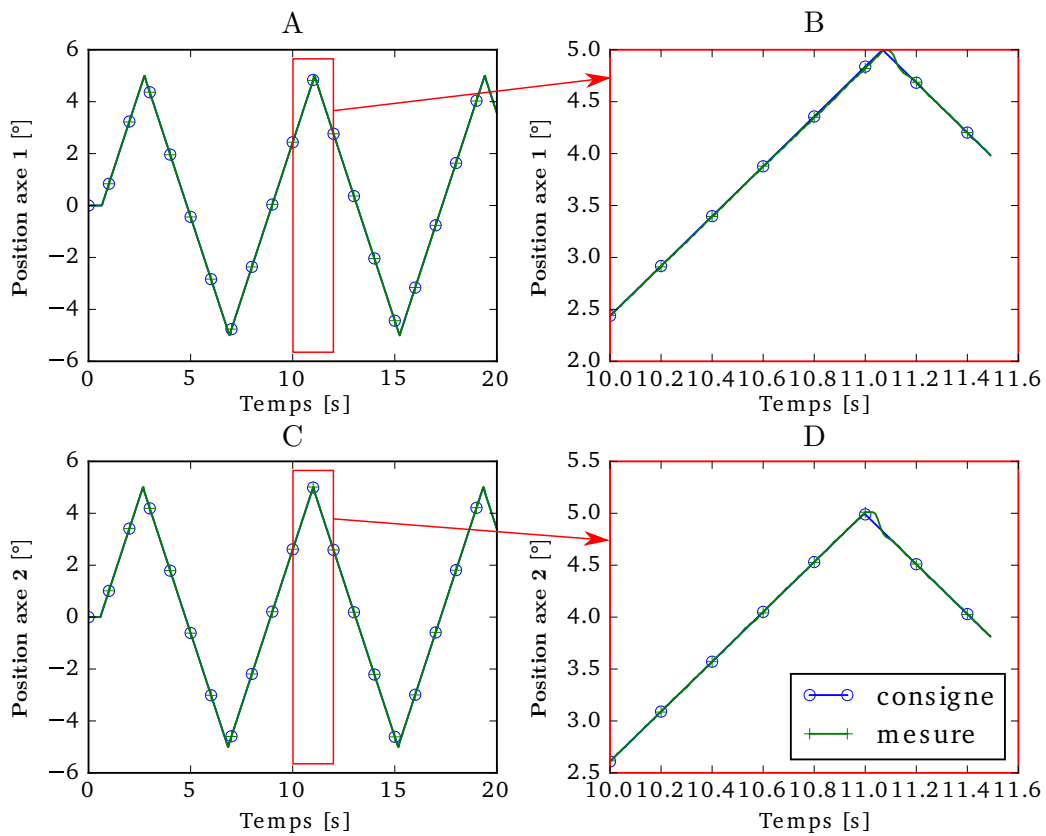


Fig. 2.17 Réponse des axes du robot à un signal triangulaire d'amplitude $\pm 5^\circ$ et de fréquence 0,2 Hz. Les graphes A et B présentent la réponse de l'axe 1 du robot quand il est sollicité, l'axe 2 étant laissé au repos. De même, les graphes C et D présentent les réponses de l'axe 2 quand l'axe 1 est au repos. Les graphes B et D sont des agrandissements des portions des signaux A et C contenues dans les cadres rouges.

Réponses à un signal sinusoïdal

La réponse à un signal sinusoïdal permet d'observer plus en détail le comportement vibratoire du robot, et fait apparaître les non-linéarités du système, en particulier les frottements secs qui viennent freiner les moteurs lors de leur mouvements. La commande en position décentralisée n'offre pas la possibilité de compenser les effets centrifuges et les effets de Coriolis sur les axes du robot, on peut donc voir leurs effets grâce à ce type d'excitation. Nous constatons avec la figure 2.18, que les axes subissent peu ces effets non linéaires puisque la consigne est suivie sans erreur statique et un retard faible. Il n'y a pas de phénomène de dérive au cours du temps. Seul l'écart de trainage observé sur la figure 2.17 se retrouve sur les graphiques B et D de la figure 2.18.

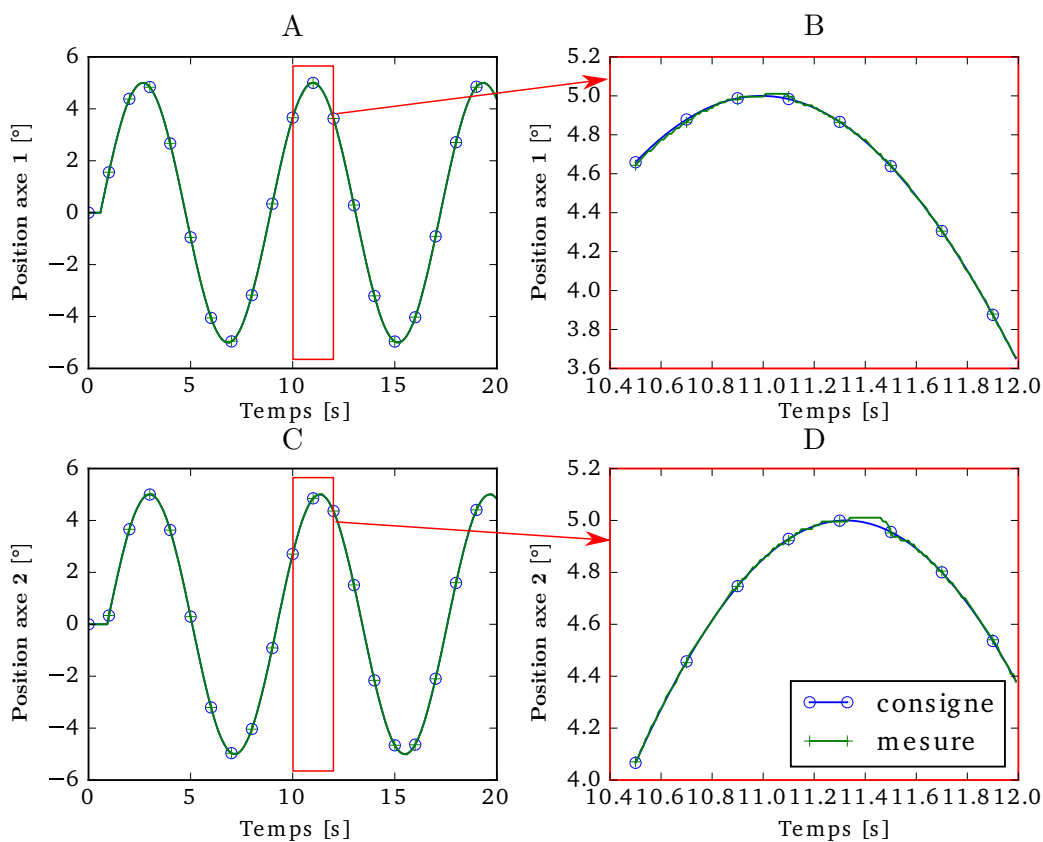


Fig. 2.18 Réponse des axes du robot à un signal sinusoïdal d'amplitude $\pm 5^\circ$ et de fréquence 0,2 Hz. Les graphiques A et B présentent la réponse de l'axe 1 du robot quand il est sollicité, l'axe 2 étant laissé au repos. Les graphiques C et D présentent les réponses de l'axe 2 quand l'axe 1 est au repos. Les graphes B et D sont des agrandissements des portions des signaux A et C contenues dans les cadres rouges.

Bilan

Les valeurs des gains déterminées expérimentalement sont données par la table B.5 dans l'annexe B. Les gains des termes intégraux sont volontairement très élevés pour saturer la correction

intégrale et être sûr d’avoir une erreur statique nulle.

2.3 Validation de la reproduction de trajectoire

Nous avons vérifié que les consignes canoniques sont suivies de manière satisfaisante avec les valeurs choisies pour les gains des deux boucles d’asservissement du robot. Il faut maintenant vérifier que le robot est capable de suivre les trajectoires de consignes imitant les mouvements d’un musicien. Pour cela, nous utilisons une caméra rapide pour filmer son mouvement, sans être au contact des instruments, afin de le comparer à la consigne. Nous avons testé deux trajectoires différentes :

- A** : la trajectoire d’un doigt de harpiste pinçant une corde,
- B** : une trajectoire d’enfoncement de touche de clavecin.

La caméra doit être calibrée par rapport à la scène à filmer, c’est-à-dire que nous devons connaître la position et l’orientation¹³ de la caméra par rapport au repère du robot, ainsi que les paramètres optiques de la lentille utilisée¹⁴. Plus de détails sur le calibrage de la caméra et le traitement des images filmées pour restituer le mouvement du robot sont donnés dans l’annexe C. La figure 2.19 montre les positions relatives du robot et de la caméra rapide lors de l’expérience.

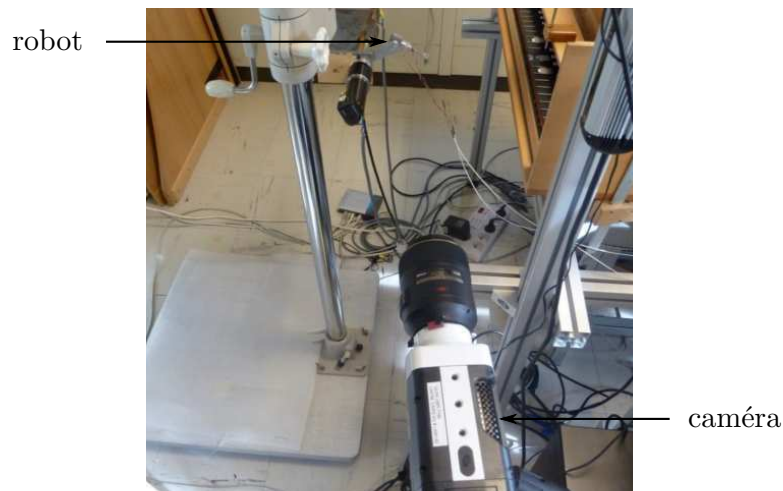


Fig. 2.19 Photo du calibrage du robot

Chaque trajectoire est filmée cinq fois de suite pour estimer la répétabilité du robot. Un point de repère a été placé sur l’effecteur du robot afin d’estimer son déplacement. Un exemple d’image filmée lors de cette expérience, sur laquelle on voit l’effecteur du robot et le point de repère, est donné par la figure 2.20. La détection du point sur chaque image est effectuée par un algorithme utilisant le modèle de contour actif [Chan *et al.*, 2001]. Cette méthode, couplée à une

13. La position et l’orientation de la caméra sont ses paramètres extrinsèques, ils ne dépendent que du repère de référence choisi.

14. Les paramètres optiques de la lentille sont ses paramètres intrinsèques.

inter-corrélation¹⁵ entre deux images successives, permet de déterminer le contour du point de manière itérative puis le mouvement de son centre pour extraire de chaque série d'images une estimation de la trajectoire parcourue par le robot [Chadefaux, 2012].

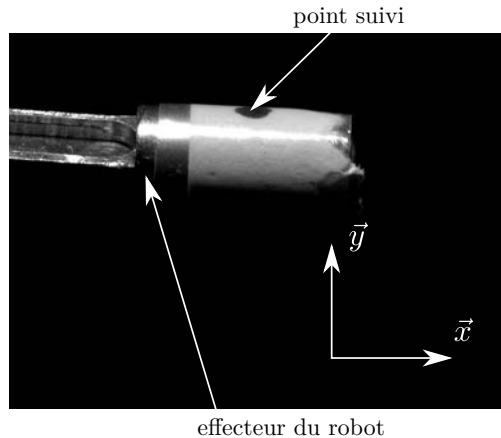


Fig. 2.20 Exemple d'image prise pour déterminer la trajectoire d'un point de l'effecteur, en réponse à une trajectoire de consigne.

La trajectoire moyenne de l'effecteur lors de l'expérience est montrée dans la figure 2.21. Le graphe A montre la trajectoire **A**, le graphe B montre la trajectoire **B**. Les projections des trajectoires dans le repère du robot au cours du temps sont aussi présentées dans la figure 2.22, avec les mêmes références pour A et B.

Afin de quantifier la répétabilité du robot et la précision de la mesure, nous calculons deux incertitudes de mesure U_x et U_y , correspondant chacune à l'incertitude élargie (à 95%) sur les projections du mouvement du robot. Le détail du calcul est donnée dans l'annexe C, et nous trouvons :

$$\begin{cases} U_x = \pm 0,10 \text{ mm} \\ U_y = \pm 0,09 \text{ mm} \end{cases} \quad (2.26)$$

Nous pouvons donc estimer le robot répétable et précis.

2.4 Synthèse

Ce chapitre a permis de détailler la conception et les choix technologiques nécessaires à la réalisation d'un robot permettant d'exciter des instruments de musique à cordes. Nous avons commencé par établir un cahier des charges à partir d'études sur des harpistes et une claveciniste. Le robot doit permettre de reproduire les trajectoires des doigts des musiciens pour contrôler les conditions initiales appliquées à la corde en déplacement et en vitesse pour le cas de la harpe et les conditions d'enfoncement de la touche dans le cas du clavecin. L'établissement des

15. L'inter-corrélation, en traitement d'image, consiste à comparer pixel par pixel deux images en tradant une des images sur l'autre, afin de détecter une forme commune aux deux images et d'en déduire son déplacement.

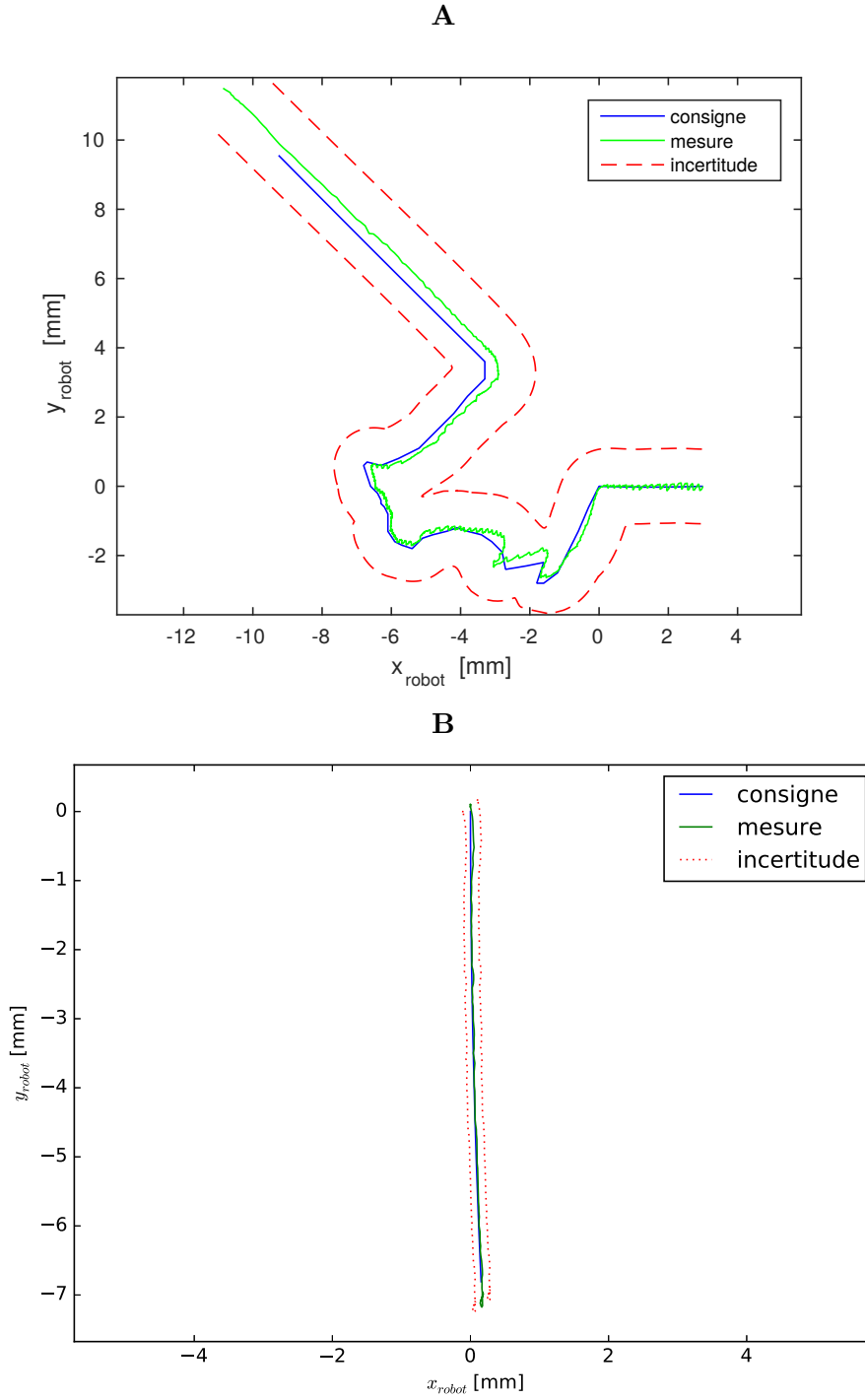


Fig. 2.21 Validation de la reproduction des trajectoires par le robot. Le graphe A correspond à une trajectoire de harpiste jouée avec l'annulaire lors d'un accord, le graphe B correspond à une trajectoire utilisée pour enfoncer une touche de clavecin de 10 mm à une vitesse de 0,10 m/s. L'incertitude de mesure est donnée avec un coefficient de confiance de 95%. La direction des cordes est identique à la direction \vec{z}_{robot} des graphes.

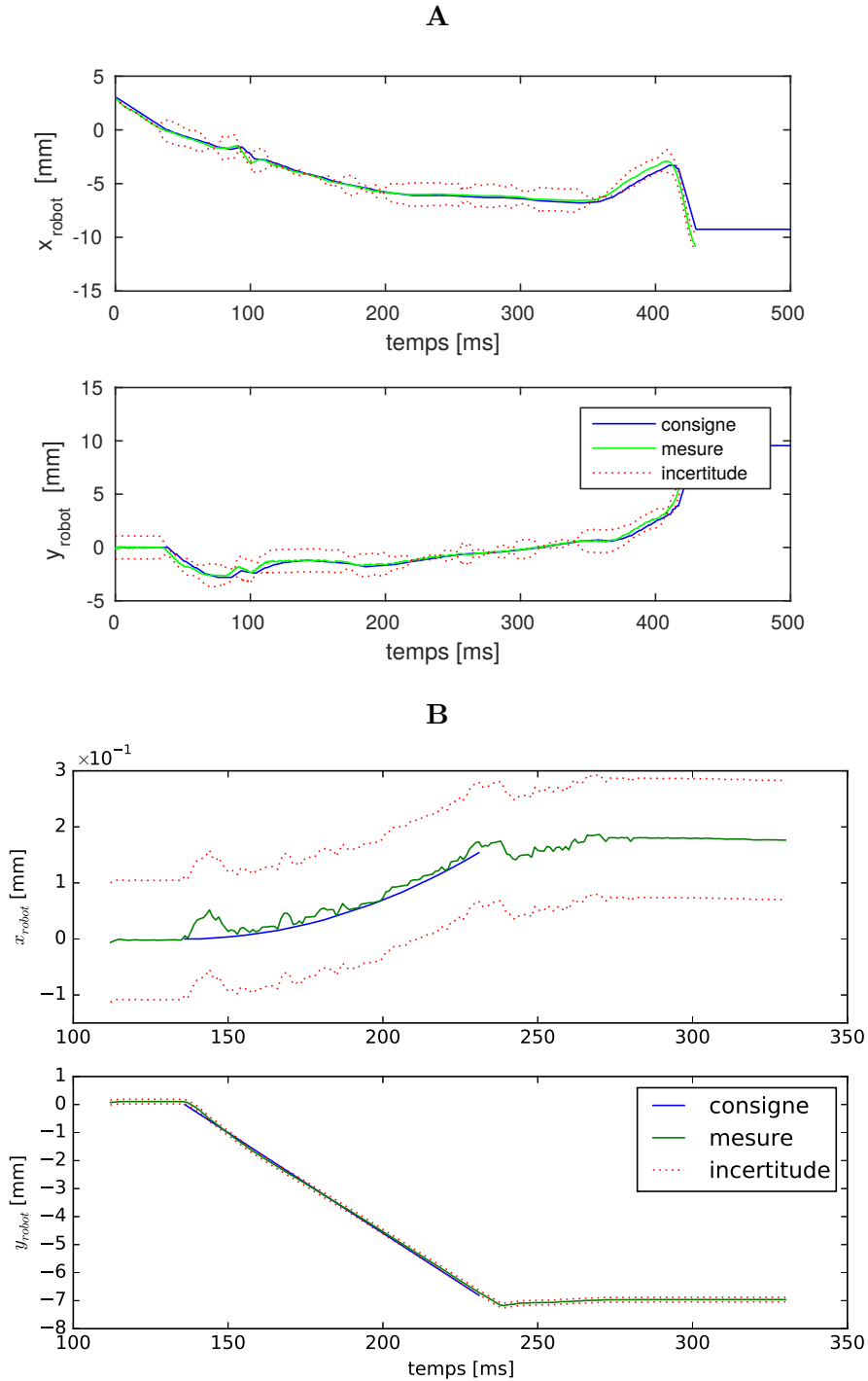


Fig. 2.22 Composantes des trajectoires reproduites par le robot. Les graphes A et B correspondent respectivement aux trajectoires de harpiste et d'excitation du clavecin. Chaque trajectoire est décomposée dans l'espace du robot afin d'observer séparément les composantes de son mouvement. L'incertitude de mesure est donnée avec un coefficient de confiance de 95%

modèles géométriques, du modèle cinématique et du modèle dynamique du robot ont permis de déterminer les équations permettant de dimensionner le robot. Les longueurs des corps du robot ont été choisies de sorte qu'elles correspondent aux longueurs des phalanges d'un doigt humain. Un compromis a été trouvé entre cette exigence et les contraintes techniques de positionnement du robot par rapport aux instruments.

L'asservissement du robot est constitué de deux boucles de rétro-action en cascade, une agissant sur le courant envoyé aux moteurs et l'autre corrigeant la position de l'effecteur du robot pour suivre la consigne imposée par l'utilisateur. Un correcteur PI est utilisé pour l'asservissement en courant, qui est la boucle la plus interne et un correcteur PID est utilisé pour l'asservissement en position. Le réglage des gains des correcteurs est effectué en étudiant les réponses des deux axes du robot à des signaux canoniques. Le gain intégral est saturé afin d'avoir une erreur statique nulle. La loi de commande décentralisée choisie ne permet pas de compenser les effets centrifuges et les effets de Coriolis, mais ceux-ci ont peu d'influence sur le mouvement du robot. Enfin, nous avons vérifié avec une caméra rapide qu'une trajectoire de consigne imposée au robot était suivie. La méthode détaillée dans ce chapitre peut être appliquée pour adapter le robot à d'autres instruments. Les fiches techniques des éléments mécaniques du robot sont réunies dans l'annexe B.

Conception d'un capteur d'effort

Lorsque l'effecteur du robot est en contact avec une corde de harpe ou une touche de clavecin, un effort résistant perturbera la trajectoire de consigne. Un couple perturbateur Γ_{ext} s'applique alors sur les axes du robot, ce qui n'a été pris en compte que sur le modèle dynamique du robot au paragraphe 2.1.4, que nous n'utilisons pas dans la commande du robot. Nous souhaitons développer un capteur d'effort respectant des exigences métrologiques et utiliser les mesures d'effort dans la boucle de commande du robot, afin de corriger la perturbation. De plus, le capteur d'effort pourra servir de moyen de mesure de l'effort d'interaction du robot avec la corde ou la touche. Après un rappel des technologies généralement utilisées en robotique pour la mesure d'effort de contact, notamment dans le cadre des mains et des doigts robotisés, nous détaillerons la conception de notre capteur ainsi que sa procédure de calibrage.

3.1 Problématique

La validation de la conception du robot au chapitre précédent a montré que son effecteur suit avec une bonne précision la trajectoire de consigne lorsqu'il ne rencontre aucun obstacle. En revanche, lors des expériences au cours desquelles le robot est en contact avec un instrument, nous avons constaté un écart de position finale d'environ 0,8 mm entre la trajectoire de consigne et la trajectoire du robot, comme le montre la figure 3.1. La trajectoire de consigne du robot est un enfoncement de touche de clavecin et le mouvement du robot obtenu avec la caméra rapide, selon la méthode expliquée dans le chapitre 2.

Pour corriger l'écart par rapport à la consigne, la solution proposée dans ce chapitre est la suivante :

- nous mesurons l'effort de contact avec l'instrument quand le robot suit la consigne,
- nous obtenons une caractéristique force / déplacement pour la trajectoire de consigne effectuée,
- nous considérons en chaque point de la trajectoire que l'effort mesuré est une perturbation statique de la commande de position décentralisée décrite au chapitre 2.

L'utilisation d'un capteur d'effort intégré au robot possède une autre utilité : il permet d'obtenir une information importante pour l'analyse des paramètres de contrôle du jeu des musiciens. La problématique revient donc à concevoir un capteur qui s'intègre bien au robot et remplit des critères métrologiques.

Dans la suite, nous recherchons la méthode de mesure d'effort la plus adaptée avant de faire un choix satisfaisant les critères de sélection de notre cahier des charges, de concevoir le capteur et de procéder à sa validation.

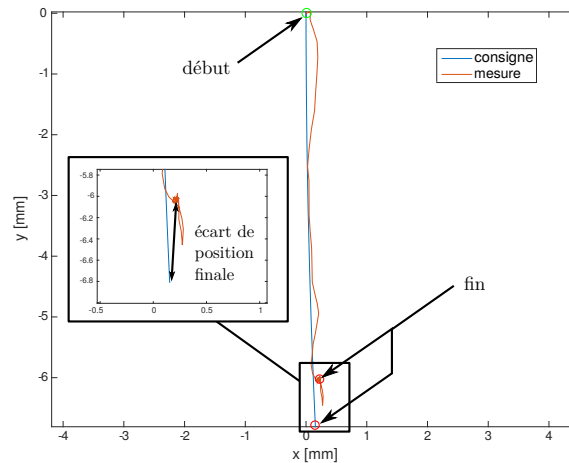


Fig. 3.1 Comparaison de la trajectoire effectuée par le robot au contact d'une touche de clavier avec la consigne. Un agrandissement de la fin des trajectoires est présenté.

3.2 Technologies des capteurs d'effort

Le but de cette section est d'étudier l'état des technologies actuelles afin de concevoir un capteur robuste, précis, mesurant les efforts statiques et dynamiques, tout en limitant l'encombrement du capteur. Nous souhaitons aussi que le capteur s'intègre aisément au robot et puisse être changé ou modifié selon les besoins d'utilisation. Nous commençons par aborder les capteurs tactiles utilisés par d'autres doigts robotisés.

3.2.1 Les capteurs FSR

Les capteurs FSR (Force Sensing Resistor) sont utilisés pour mesurer les efforts de contact ou la pression entre deux objets. Ils sont constitués d'une couche d'encre conductrice comprise entre deux électrodes. La déformation de la partie sensible du capteur fait varier sa résistance avec l'effort appliqué (voir exemple de design dans la figure 3.2). Ces capteurs bon marché sont très utilisés dans la conception de gants tactiles pour des expériences de perception et d'ergonomie en laboratoire [Castro et Cliquet, 1997, Kong et Lowe, 2005] ou bien en biologie, car ils respectent un certain nombre de critères sanitaires ainsi qu'une insensibilité au rayonnement magnétique [Balakrishnam *et al.*, 2003]. Ces capteurs possèdent l'avantage d'avoir un faible encombrement et une bonne souplesse d'utilisation. En revanche, l'analyse statique de la résistance des FSR montre que la localisation d'un effort ponctuel est incertaine et que l'erreur de répétabilité de la mesure est élevée, de l'ordre de 10%, pour une plage d'effort s'étendant de 0 à 30 N, suivant les fabricants [Vecchi *et al.*, 2000]. Une tentative d'amélioration de la précision des capteurs, utilisant une analyse dynamique de la variation des résistances ainsi qu'une modélisation de ses effets non linéaires a été effectuée [Lebosse *et al.*, 2008], mais les résultats de cette étude montrent toujours un écart important entre la mesure et la valeur vraie obtenue par un capteur métrologique. De ce point de vue, les capteurs FSR ne semblent donc pas satisfaisants pour notre utilisation.

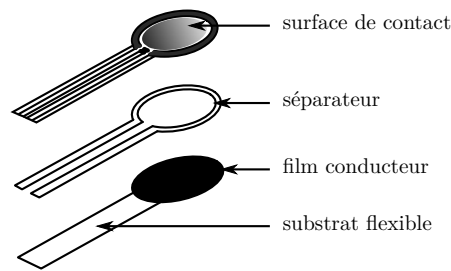


Fig. 3.2 Dessin d'un capteur FSR. Il est composé de trois couches : la première comporte la surface de contact, et la partie conductrice qui permet de faire circuler le courant dans le capteur, la seconde sert à créer un espace entre la première et la troisième couche qui comporte le film d'encre conductrice, qui sert de résistance variable.

3.2.2 Les MEMS

Les capteurs MEMS (Micro-Electro-Mechanical System) sont utilisés pour mesurer des pressions, des déformations et des vitesses de déformation d'un corps d'épreuve à la manière des mécano-récepteurs sensoriels de la peau¹ [Hosoda *et al.*, 2006] (voir figure 3.3). Ils permettent aussi de mesurer des vibrations selon le principe des empreintes digitales lors de l'exploration de surfaces pour en évaluer la rugosité [Scheibert *et al.*, 2004, Debregeas *et al.*, 2009]. Le calibrage de tels capteurs est délicat et nécessite la mise en place d'algorithmes d'apprentissage pour le robot afin de convertir une mesure de tension en effort [Tada et Hosoda, 2007, Wettels *et al.*, 2008, Cannata *et al.*, 2010]. Les exemples de capteurs MEMS pour produire les doigts artificiels utilisent des électrodes noyées dans un polymère présentant des caractéristiques mécaniques semblable à la peau (voir schéma de la figure 3.4). Le polymère peut être déformé de manière importante lors du contact avec une surface, une corde de harpe ou une touche, et cela pourrait introduire des écarts supplémentaires et difficilement quantifiables sur la trajectoire de l'effecteur du robot, ce que nous cherchons à éviter. Enfin, le domaine de mesure des capteurs MEMS, qui varie entre 1 μ N et 1 N, est trop petit par rapport à notre domaine d'utilisation.

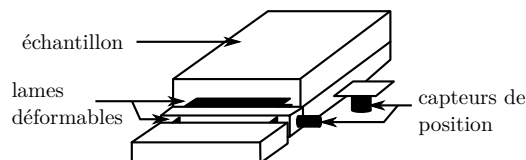


Fig. 3.3 Dessin d'un capteur MEMS, tiré de [Scheibert et al., 2004]. Le capteur en lui-même n'est constitué que des lames flexibles et des capteurs de position. L'échantillon est solidaire du capteur ici pour assurer la flexion des plaques et éviter le glissement.

1. Il s'agit principalement des corpuscules de Pacini et de Ruffini.

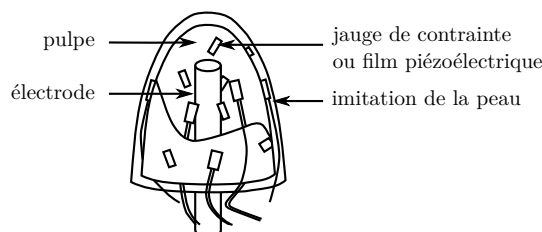


Fig. 3.4 Dessin d'un capteur MEMS, tiré de [Hosoda et al., 2006]. Le doigt conçu est alimenté par la tige métallique centrale et les divers fils qui sortent de la pulpe permettent de récupérer les mesures des capteurs. La peau artificielle qui recouvre le doigt permet de reproduire la structure de la peau avec ses différentes couches (derme, épiderme, ...)

3.2.3 Les transducteurs piézoélectriques

Nous abordons maintenant les technologies couramment utilisées par les capteurs industriels, comme les transducteurs piézoélectriques, qui semblent mieux satisfaire les exigences métrologiques souhaitées. Les transducteurs piézoélectriques sont souvent utilisés pour concevoir des accéléromètres [Serridge et Licht, 1987] (voir figure 3.5). Les matériaux qui composent ces capteurs possèdent la propriété de se charger quand nous leur appliquons une déformation. Un circuit amplificateur de charge permet alors de transformer la variation de charge en variation de tension. Ils disposent d'une bonne résistance aux sollicitations mécaniques, une large étendue de mesure et une bonne précision. Le désavantage de ces systèmes (ensemble du capteur et du conditionneur) est d'agir comme des filtres passe-haut, ils ne mesurent donc pas la composante statique de l'effort appliqué, que nous souhaitons connaître.

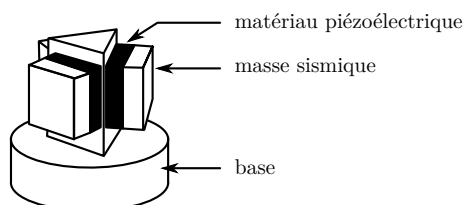


Fig. 3.5 Dessin d'un accéléromètre piézoélectrique, tiré de [Serridge et Licht, 1987]. Trois capteurs piézoélectriques et leurs masses sismiques sont fixés sur une base permettant de mesurer des accélérations dans les trois directions de l'espace.

3.2.4 Les jauges de déformation

Le dernier type de capteur que nous avons jugé adaptable pour l'application et le contexte d'étude souhaité utilise des jauges de déformation. Les capteurs à jauges de déformations sont très répandus, et permettent la conception de capteurs industriels métrologiques de grande précision. Les jauges sont utilisées par exemple pour la fabrication des capteurs d'effort 6 axes [Morel et Dubowsky, 1996] et des capteurs de couple articulaire [Kim et al., 2012, Park et al., 2012]. Elles présentent une bonne étendue de mesure, une large bande passante incluant le

domaine statique, mais sont sensibles à la température. Le principe de fonctionnement des jauges est le suivant : un fil de métal conducteur est enveloppé d'un substrat isolant. Ce substrat est collé sur un corps d'épreuve, qui est déformé par l'effort à mesurer. La position de la jauge sur le corps d'épreuve est un des paramètres à régler pour assurer un bon rapport signal à bruit. La déformation du corps d'épreuve fait varier la longueur et la section du fil, ce qui se traduit par une variation de résistance de la jauge. Cette variation étant très faible, elle est détectée par un montage en pont de Wheatstone (voir la figure 3.6). Il est aussi possible de concevoir et de réaliser de manière optimale, en termes de dimensions et de sensibilité, un capteur d'effort à base de jauges de déformations adapté à nos besoins [Yuan *et al.*, 2015, Reis *et al.*, 2013, Chao et Chen, 1997, Bicchi, 1992].

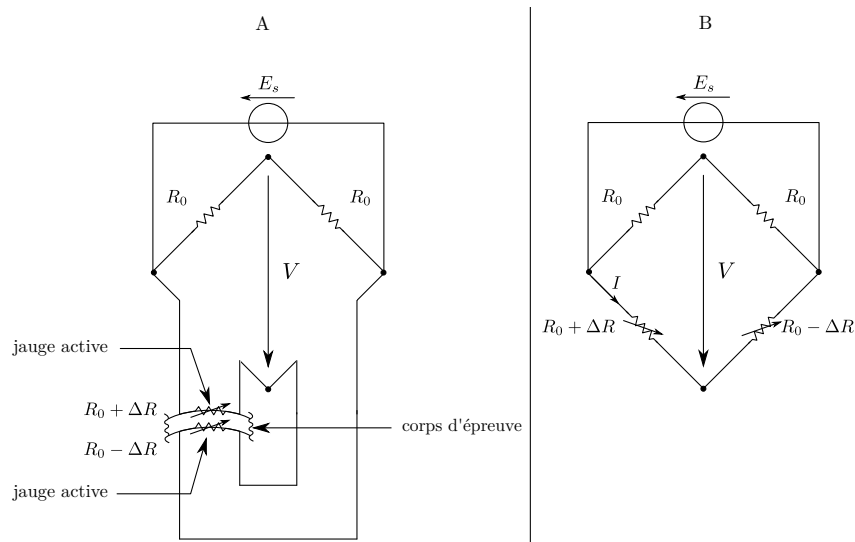


Fig. 3.6 Schéma du pont de Wheatstone. Exemple de montage en demi-pont dans lequel les jauges, de résistances variables $R_0 \pm \Delta R$, sont collées sur un corps d'épreuve afin de mesurer des déformations égales de signes opposés. Le graphique A est le schéma de principe du montage et le graphique B son équivalent électrique.

3.2.5 Bilan

Après avoir envisagé différentes solutions techniques pour la conception de notre capteur d'effort, la solution retenue est de concevoir un effecteur déformable sur lequel seront collées des jauges de déformation. La prochaine section est consacrée à la recherche des jauges adaptées à notre application, de leurs conditionnements, de leurs positionnements et des dimensions optimales du corps d'épreuve, permettant d'assurer avec précision la mesure des efforts de contact entre le robot et les instruments de musique.

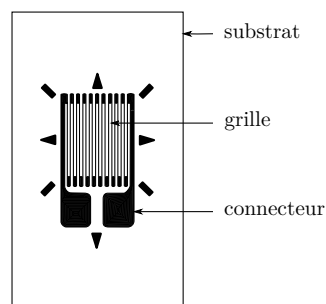


Fig. 3.7 Dessin d'une jauge de contrainte. La jauge présentée ici est une jauge à fil, dont les déformations font varier la résistance passive R_0 . Deux points de connexion permettent de l'intégrer dans un montage en pont de Wheatstone et un substrat isolant permet son collage sur des structures métalliques tout en évitant les courts-circuits.

Paramètres	Valeur
Plage d'effort	0 - 25 N
Fréquence de coupure	supérieure à 5 kHz

Table 3.1 Cahier des charges pour la conception du doigt

3.3 Conception du capteur d'effort

3.3.1 Cahier des charges

L'étendue de mesure du capteur est choisie en fonction du cahier des charges du robot (voir table 2.1). Nous rappelons que le robot doit pouvoir supporter des efforts de 0 N à 20 N. Nous surdimensionnons de 25% par sécurité l'effort maximal à mesurer. Nous obtenons donc une plage de mesure de 0 N à 25 N. La boucle de position du robot fonctionne à une fréquence de 1 kHz, nous ferons donc en sorte que la fréquence de coupure du capteur soit supérieure à 5 kHz, de manière à obtenir au moins 5 points de mesure pendant une période du contrôleur. Cela permet de réduire le bruit de mesure en calculant l'effort moyen de cette série de points. La table 3.1 synthétise ces éléments.

3.3.2 Dimensionnement du nouvel effecteur

On souhaite dans le cadre de cette étude concevoir un capteur mesurant des efforts selon deux directions. Nous nous restreignons à des cas d'utilisation du robot dans lesquels il est raisonnable de faire les approximations suivantes :

- l'effecteur du robot peut être assimilé à une poutre encastrée-libre sollicitée en flexion pure,
- l'effort exercé sur l'effecteur est orthogonal à sa direction longitudinale,
- le déplacement de l'extrémité de l'effecteur est négligeable devant sa longueur.

Ces hypothèses ne sont pas trop éloignées d'un cas réel. Dans les cas d'étude proposés, le pincement d'une corde de harpe ou l'enfoncement d'une touche de clavecin, l'effecteur n'est pas *a priori* sollicité en compression et l'effort de contact peut-être approché par un effort orthogonal à l'effecteur si l'on ajuste l'orientation du robot dans la position initiale de son mouvement. Enfin, si le matériau du doigt est assez rigide, la déformation de l'effecteur sera faible.

Choix des jauges & sensibilité du montage

Afin de respecter les hypothèses formulées ci-dessus, nous choisissons de scinder l'effecteur en trois parties, comme le montre la figure 3.8. La base offre le point d'encastrement de la poutre et permet d'intégrer le capteur avec le corps C_2 du robot (voir la figure 2.3 pour la dénomination des axes). Le corps d'épreuve, qui doit être dimensionné, est la poutre déformable sur laquelle les jauges sont collées. La tête permet d'offrir une surface de contact suffisante entre le capteur et les instruments. Elle pourra être habillée d'un matériau élastomère possédant les caractéristiques mécaniques de la peau humaine, comme cela a déjà été proposé dans une étude précédente [Chadefaux *et al.*, 2012b].

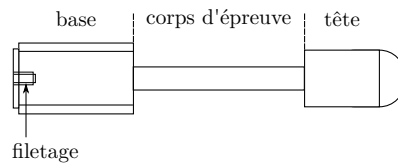


Fig. 3.8 Schéma de l'effecteur de DROPiC. Il est décomposé en trois parties : la base qui comprend le filetage pour le visser dans le corps 2 du robot, le corps d'épreuve déformable et la tête qui permet le contact avec les instruments.

Nous choisissons de réaliser l'effecteur en *DURAL* pour la résistance de cet alliage, pour sa facilité d'usinage et la continuité matérielle avec les autres corps du robot. Nous rappelons que le module de Young et le coefficient de Poisson de cet alliage d'aluminium valent respectivement $E = 75,0$ GPa et $\nu = 0,33$. Pour mesurer la déformation d'un corps, la littérature [Asch, 1999] préconise l'utilisation de deux jauges, dont les variations de résistance sont égales et de signes opposés, afin d'assurer la linéarité de la mesure et de doubler la sensibilité du montage. Nous voulons mesurer un effort normal à la direction de la poutre du capteur, *i.e.* un effort qui peut être décomposé selon deux directions d'un repère associé au capteur. Nous avons donc besoin de deux groupes de deux jauges, disposées selon le schéma de la figure 3.9, montées dans deux ponts de Wheatstone distincts, pour mesurer chacune des composantes de cet effort. Cette configuration particulière permet d'éliminer la composante parasite du signal due à la déformation transversale des jauges, de limiter les effets de dérive dus à la température et d'assurer la linéarité du système dans le cas de grandes déformations du corps d'épreuve [Asch, 1999].

Afin d'avoir une mesure précise, nous cherchons à maximiser la sensibilité des ponts de Wheatstone, dans les limites permises par les caractéristiques des jauges. De plus, pour obtenir la même sensibilité S pour chaque pont de Wheatstone, nous choisissons d'utiliser des jauges identiques. La sensibilité S du pont i (voir la figure 3.9 pour la numérotation des ponts) s'exprime

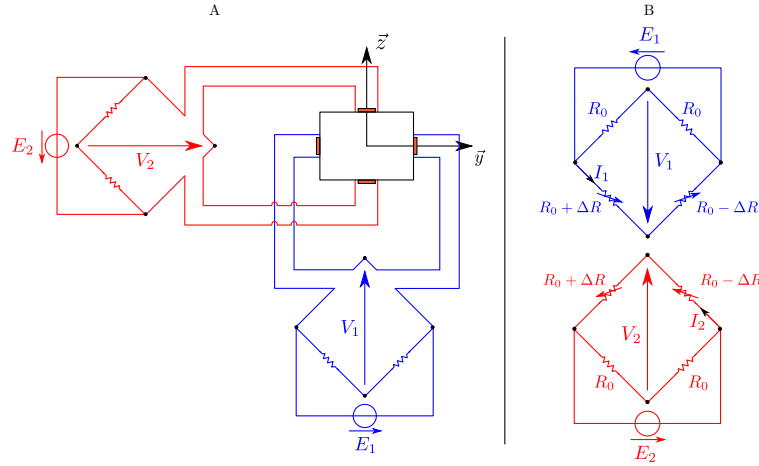


Fig. 3.9 Schéma de principe (A) et schéma électrique (B) du capteur. Quatre jauges sont collées de manière symétrique deux à deux pour mesurer les composantes de l'effort \vec{F} déformant le corps d'épreuve de l'effecteur, dans deux directions orthogonales.

comme le rapport de la tension de déséquilibre V_i , sur la déformation mesurée ϵ_i . Nous rappelons que la variation de résistance d'une jauge ΔR , de résistance passive R_0 et de facteur de jauge K est liée à la déformation ϵ_i par la relation $\frac{\Delta R}{R_0} = K\epsilon_i$ [Asch, 1999]. L'équation qui relie la tension V_i aux variations de résistance des jauges et à la tension d'alimentation E_i du pont i , dans la configuration de la figure 3.9, est :

$$V_i = \frac{E_i}{2} K \epsilon_i \quad (3.1)$$

et la sensibilité de chacun des ponts S s'exprime alors en fonction de K et E_i par :

$$S = \frac{V_i}{\epsilon_i} = \frac{E_i}{2} K \quad (3.2)$$

Afin de déterminer la tension d'alimentation idéale des ponts, nous cherchons la puissance maximale P_i que les jauges peuvent dissiper. Elle dépend de la densité surfacique de puissance P_s , qui est fixée par le constructeur en fonction du domaine d'utilisation de la jauge. Pour mesurer des déformations statiques et dynamiques avec une bonne précision, nous trouvons que la densité de puissance P_s doit être de 15 kW/m² [Marchand, 2011]. La puissance P se calcule alors comme le produit de la densité P_s par la surface A_j de la jauge. La surface A_j est déterminée par le produit de la longueur de jauge L_j par la largeur de grille l_j , comme le montre la figure 3.10.

La puissance P_i est dissipée par effet Joule dans la jauge en fonction du courant I_i qui la traverse selon la relation $P_i = R_0 I_i^2$. En utilisant la loi de Pouillet dans le circuit électrique, nous exprimons le lien entre le courant I_i et la tension E_i , ce qui permet d'obtenir la relation entre la tension d'alimentation et la puissance P_i [Marchand, 2011] :

$$E_i = 2\sqrt{P_i R_0} \quad (3.3)$$

Finalement, la sensibilité de chacun des ponts, exprimée en fonction de la puissance P_s , de la surface de la jauge A_j et de la résistance R_0 , est alors :

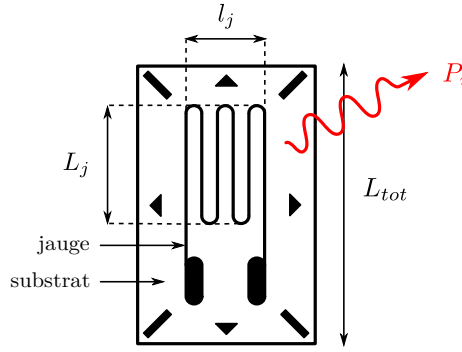


Fig. 3.10 Dissipation de puissance dans une jauge.

$$S = K \sqrt{P_s A_j R_0} \quad (3.4)$$

L'équation 3.4 montre qu'il est préférable de choisir des jauges de grande taille d'une part, et ce, dans les limites permises par les dimensions du corps d'épreuve et de résistance élevée d'autre part, afin d'avoir une grande sensibilité du pont. Nous avons choisi des jauges² ayant une longueur $L_j = 1,57$ mm, une largeur de grille $l_j = 1,57$ mm et une résistance $R_0 = 350 \Omega$ et qui peuvent mesurer des déformations allant jusqu'à $\pm 3\%$ ce qui correspond à des variations de longueur de 0,04 mm. La déformation maximale de l'effecteur étant de 0,07%, il est certain que les jauges ne vont pas se déformer jusqu'à leur plastification lors de l'utilisation du capteur. Afin d'allonger la durée de vie des jauges, la tension d'alimentation des ponts E_i est calculée de telle sorte que les jauges dissipent la moitié de leur puissance maximale P_i . Par ailleurs, nous notons que la valeur de K est proche de 2 [Asch, 1999]. On a alors $E_i = 12,9$ V et la sensibilité des ponts est $S = 5,0 \mu\text{V}$ pour une déformation de $10^{-6}\%$. Après avoir vérifié la compatibilité statique des jauges choisies avec notre application, on vérifie que la fréquence de coupure f_c du capteur est supérieure à 5 kHz, qui est la spécification du cahier des charges 3.3.1. La fréquence f_c correspond au rapport de la vitesse à laquelle se déplacent les ondes de compression dans le matériau et de la longueur de la jauge L_j [Asch, 1999] :

$$f_c = \frac{1}{10L_j} \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (3.5)$$

Elle permet de vérifier que la déformation du capteur est instantanée du point de vue du système d'acquisition. Pour une poutre en *dural*, $f_c = 40,1$ kHz, ce qui est bien supérieur à la fréquence de coupure désirée pour le capteur. Il faut maintenant déterminer la forme du corps d'épreuve, qui se déforme suffisamment pour que le rapport signal à bruit soit satisfaisant, tout en assurant la non plastification des jauges.

2. référence EA-06-062AQ-350/E chez Vishay.

Paramètre	a	b	t	w	c
Valeur [mm]	6,0	4,0	1,0	1,0	4,0

Table 3.2 Valeurs des paramètres de la partie 2, Pour la définition géométrique des paramètres, voir le détail A de la figure 3.11.

Forme & matériau du capteur

Plusieurs formes ont été imaginées pour le nouvel effecteur, comme le montre la figure 3.11. Des simulations par éléments finis ont permis de déterminer leurs dimensions idéales avant d'être usinées au laboratoire. La forme qui a été retenue possède une partie intermédiaire inspirée des poutres IPN³ et permet la mesure d'effort dans deux directions orthogonales \vec{y} et \vec{z} , montrées sur la figure 3.11. La figure 3.12 montre un schéma de la version finale de l'effecteur ainsi que les paramètres de la poutre a , b , w , t , qui ont été imposés par les possibilités d'usinage. Les valeurs retenues sont indiquées dans la table 3.2. Seules la longueur de la poutre L et la position des jauges c reste à déterminer.



Fig. 3.11 Versions de l'effecteur de DROPIC. De gauche à droite, on trouve l'effecteur original, puis la deuxième version, ne permettant la mesure d'effort que dans une direction et la version finale qui a été instrumentée.

Simulations par éléments finis

Les dimensions de la section de la poutre IPN étant fixées, nous cherchons sa longueur idéale L . Le modèle éléments finis de l'effecteur, réalisé avec le logiciel *Cast3m*, est raffiné pour déterminer ce paramètre ainsi que la position idéale c des jauges. Les éléments utilisés sont des tétraèdres à 10 noeuds et la méthode de résolution du problème est linéaire. La qualité de la simulation par éléments finis est appréciée en observant la convergence de la contrainte équivalente de Von Mises maximale en fonction de la taille des éléments (voir figure 3.13). Le maillage de la section en I étant assez fin, nous observons uniquement le nombre de subdivisions de la poutre selon la direction \vec{x} . En prenant au minimum 100 subdivisions, on s'assure d'avoir un résultat proche de la réalité, car nous observons la convergence du modèle vers une valeur de 240 MPa. La déformation de la poutre à l'emplacement des jauges doit être suffisamment

3. poutre en I Profil Normalisé.

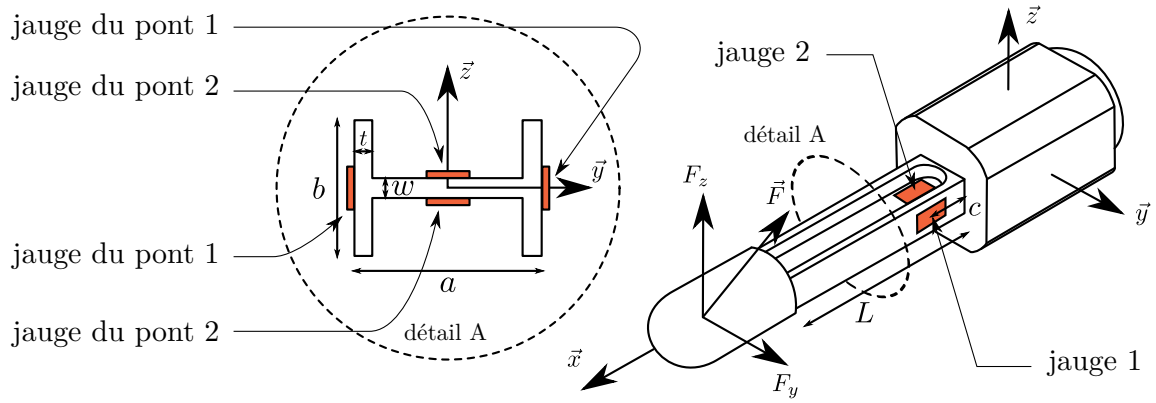


Fig. 3.12 Forme finale de l'effecteur. Une coupe de la partie intermédiaire montre que sa section possède la forme d'un I, semblable aux poutres IPN. Les dimensions indiquées sur la section et l'effecteur sont données dans la table 3.2. La dimension c indique en particulier la distance du centre de la grille de la jauge par rapport à la base 1 de l'effecteur selon la direction \vec{x} .

importante (supérieure à 0,001%) pour avoir un bon rapport signal à bruit. Plusieurs valeurs de L ont été testées avec ce maillage fin, et nous avons choisi $L = 25$ mm, car cette valeur donne des résultats satisfaisant et permet de rester proche de la longueur d'une phalange humaine. Le modèle montre que la limite d'élasticité est atteinte pour une charge maximale de 34,1 N dans la direction \vec{y} et de 26,6 N dans la direction \vec{z} (voir figure 3.12 pour les directions). Nous constatons également que la contrainte maximale du *DURAL* $\sigma_m = 300$ MPa n'est pas atteinte. L'effecteur pourra donc être utilisé dans la plage spécifiée par le cahier des charges sans plastifier. La limite de fatigue du matériau (environ 30 MPa) est dépassée, mais l'effecteur ne sera pas soumis à des sollicitations dynamiques répétées, cela ne pose donc aucun problème. Nous notons une approximation dans le modèle éléments finis par rapport à la géométrie réelle de la poutre, au niveau des jonctions base / poutre et poutre / terminaison (voir la figure 3.12). En effet, la présence d'angles vifs dans le modèle éléments finis au niveau de ces jonctions a pour conséquence d'augmenter artificiellement la raideur du matériau. Les champs de contrainte et de déformation obtenus sont donc légèrement différents par rapport à la réalité. Nous notons que les longueurs de la base et de la tête de l'effecteur sont respectivement de 20 mm et 15 mm, ce qui porte la longueur totale de l'effecteur à 60 mm. Nous rappelons que la longueur de l'effecteur conçu au chapitre 2 était de 45 mm. Les caractéristiques du robot sont très légèrement modifiées par rapport au chapitre 2, et les critères du cahier des charges 2.1.1 sont toujours satisfaits.

Position des jauges sur l'effecteur

Les dimensions de la poutre étant fixées, nous observons l'évolution de la déformation relative le long de la poutre, selon la direction \vec{x} (on rappelle que la convention de repère est indiquée sur la figure 3.12), afin de trouver le meilleur emplacement pour les jauges. Le graphe A de la figure 3.14 montre l'évolution de la déformation relative de la ligne rouge de la plaque notée P_1 de la poutre IPN, dans le cas où un effort normal (selon \vec{z}) de 20 N est appliqué sur la tête de

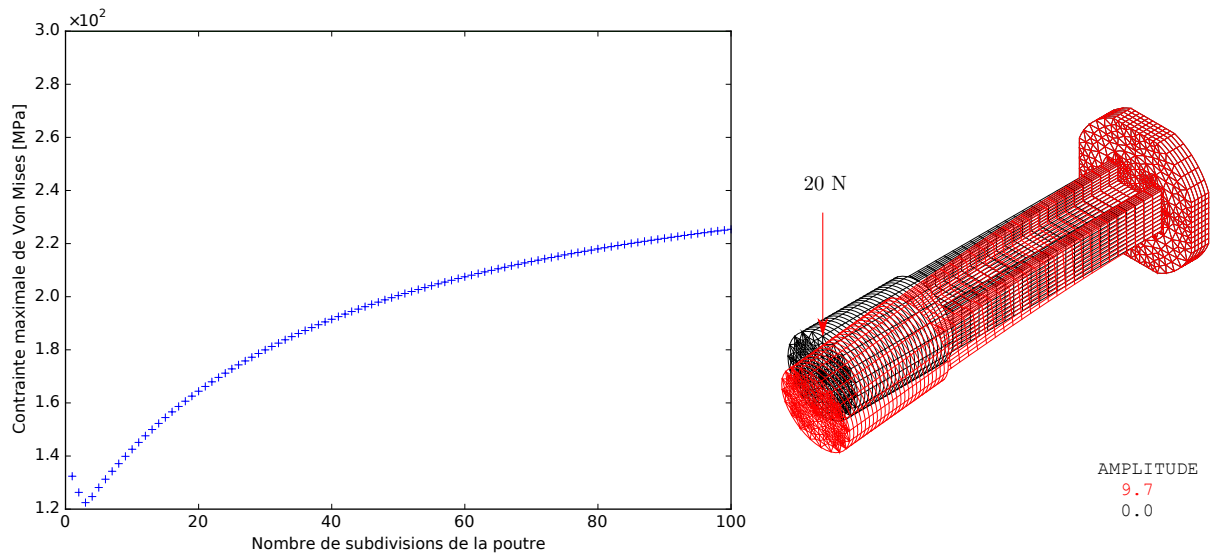


Fig. 3.13 Évolution de la contrainte de Von Mises en fonction de la taille des éléments finis. La taille de l'élément fini est le nombre de subdivisions selon la direction \vec{x} de l'effecteur. Le modèle éléments finis est présenté, ainsi que sa déformée, pour un effort de 20 N appliqué sur la tête de l'effecteur, à une distance de 11 mm de la jonction poutre / tête.

l'effecteur, à 11 mm de la jonction poutre / tête. Nous constatons que la déformation relative est maximale sur la plaque lorsque l'on est proche de la base, il faut donc placer la jauge à cet endroit afin d'avoir le meilleur rapport signal à bruit.

Le graphe B de la figure 3.14 montre l'évolution de la déformation relative selon la ligne rouge de la plaque P_2 de la poutre IPN, avec les mêmes conditions aux limites que précédemment. Nous constatons cette fois que la déformation est minimale au plus près de la base. Nous en déduisons que placer une jauge à cet endroit permet de diminuer les effets de bord et de découpler le plus possible les mesures effectuées avec la jauge collée sur la plaque P_1 . Le capteur disposera ainsi de deux directions de mesure privilégiées.

Lorsque l'on applique un effort selon la direction \vec{y} , les rôles des plaques P_1 et P_2 sont inversés, ainsi nous observons pour la déformation de la plaque P_1 la courbe B et pour la déformation de la plaque P_2 la courbe A, avec des ordres de grandeurs similaires. Les bords des jauges sont donc placés contre la base de l'effecteur. La distance c entre le centre des jauges et la base est alors égale à $\frac{L_{tot}}{2} = 1,45$ mm où L_{tot} est la longueur totale de la jauge. Cette position, d'après le graphe de la figure 3.14 assure une déformation de 0,06% imposée par un effort de 20 N.

La phase de calibrage qui suit va permettre de connaître la relation entre la tension de sortie du capteur et l'effort qui déforme l'effecteur.

3.3.3 Calibrage

Les expériences exposées dans le chapitre 5 portent sur un clavecin, et les mesures préliminaires sur cet instrument montrent que l'effort de contact entre le robot et les touches du clavier

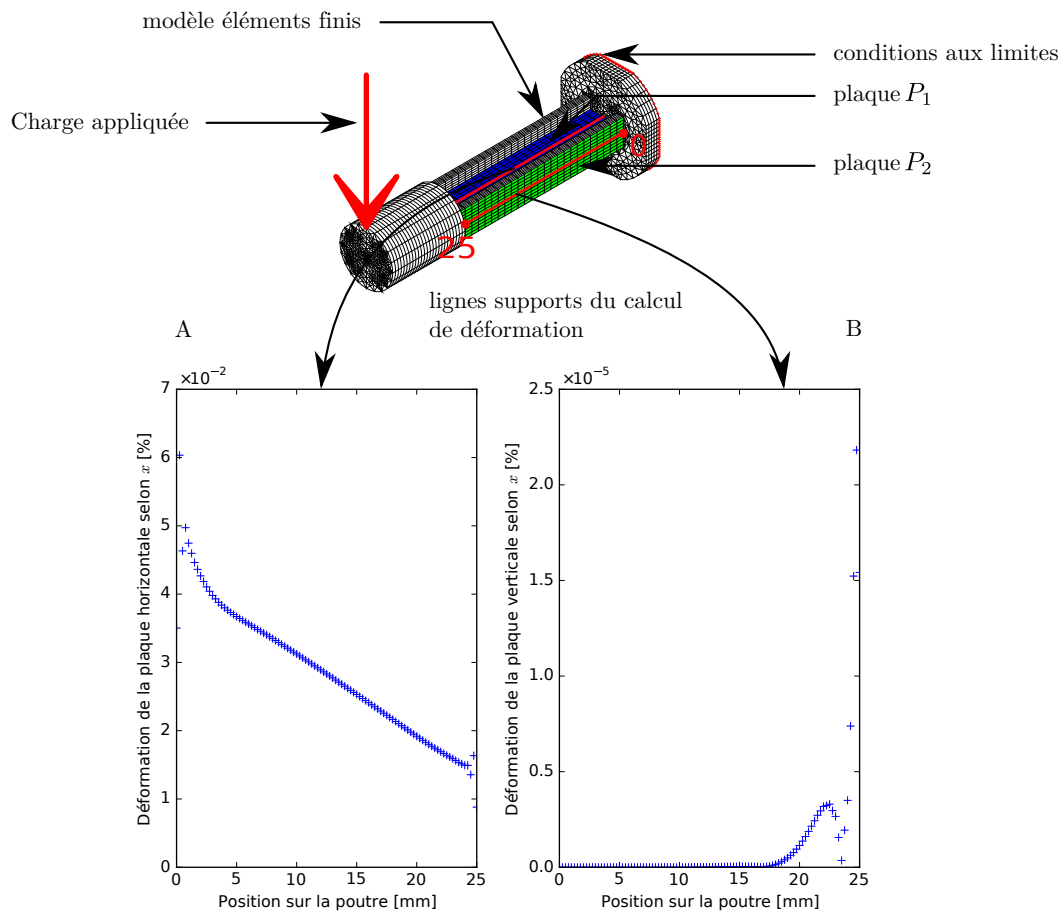


Fig. 3.14 Évolution de la déformation relative en fonction de la direction longitudinale \vec{x} de l'effecteur. La courbe A montre l'évolution de la déformation selon la ligne rouge de la plaque P_1 de la poutre (en bleu), la courbe B montre l'évolution de la déformation selon la ligne rouge de la plaque P_2 de la poutre (en vert). L'origine et l'extrémité en $L = 25$ mm, identiques à celles des graphiques A et B, sont indiquées sur le modèle éléments finis.

varie de 0 à 10 N. Nous nous limitons donc ici à cette plage de mesure. La relation que l'on cherche à obtenir entre la tension de sortie du capteur et l'effort que l'on souhaite mesurer est du type :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} F_y \\ F_z \end{bmatrix}}_F = \underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}}_V = \begin{bmatrix} a_{11}V_1 + a_{12}V_2 \\ a_{21}V_1 + a_{22}V_2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

où F_y et F_z sont les composantes de l'effort F appliqué sur l'effecteur selon les directions \vec{y} et \vec{z} , rappelées sur la figure 3.15. V_1 et V_2 sont les tensions mesurées aux bornes des ponts de jauge et A est la matrice de calibrage. La numérotation des ponts est indiquée sur la figure 3.11.

Pour obtenir les coefficients de la matrice A , nous effectuons deux séries de mesures sur l'effecteur. Chaque série comporte 10 mesures pour évaluer la répétabilité du capteur. Nous utilisons un capteur d'effort métrologique⁴ possédant une étendue de mesure de 10 N, avec une résolution de 0,1 N. Nous utilisons une vis micrométrique pour déplacer le capteur étalonné et appliquer un effort sur l'effecteur du robot. L'effort exercé varie progressivement de 0 à 10 N. Les deux séries de mesure diffèrent par la direction de l'effort appliqué au capteur du robot :

- la première série consiste à appliquer un effort selon la direction \vec{y} de l'effecteur,
- la seconde selon la direction \vec{z} .

Dans les deux cas, nous enregistrons les signaux du capteur d'effort du robot et du capteur de référence à une fréquence d'échantillonnage de 10240 Hz pendant 15 s. La figure 3.15 présente le dispositif expérimental.

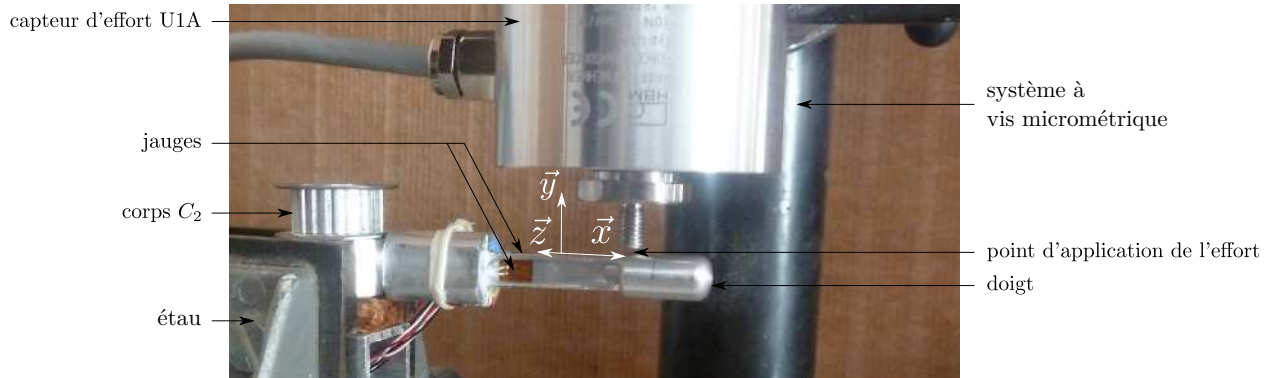


Fig. 3.15 Photographie du montage expérimental. L'effecteur est monté sur le corps C_2 qui a été séparé du reste du robot. Le repère indiqué sur la figure correspond au repère de la figure 3.9.

La figure 3.16 montre un exemple pour chacune des séries de mesures (selon \vec{y} et \vec{z}). Les graphiques A_1 et A_2 correspondent aux mesures des tensions aux bornes des ponts 1 et 2 lorsque l'effort est appliqué selon \vec{y} . Il en va de même pour les graphiques B_1 et B_2 , qui correspondent aux mesures dans le cas où l'effort est appliqué selon \vec{z} . Nous constatons tout d'abord que

4. Référence U1A chez HBM

le capteur d'effort possède un comportement linéaire dans la plage d'utilisation souhaitée et présente deux directions de mesure privilégiées correspondant à celles de son repère, avec un couplage d'environ 10%.

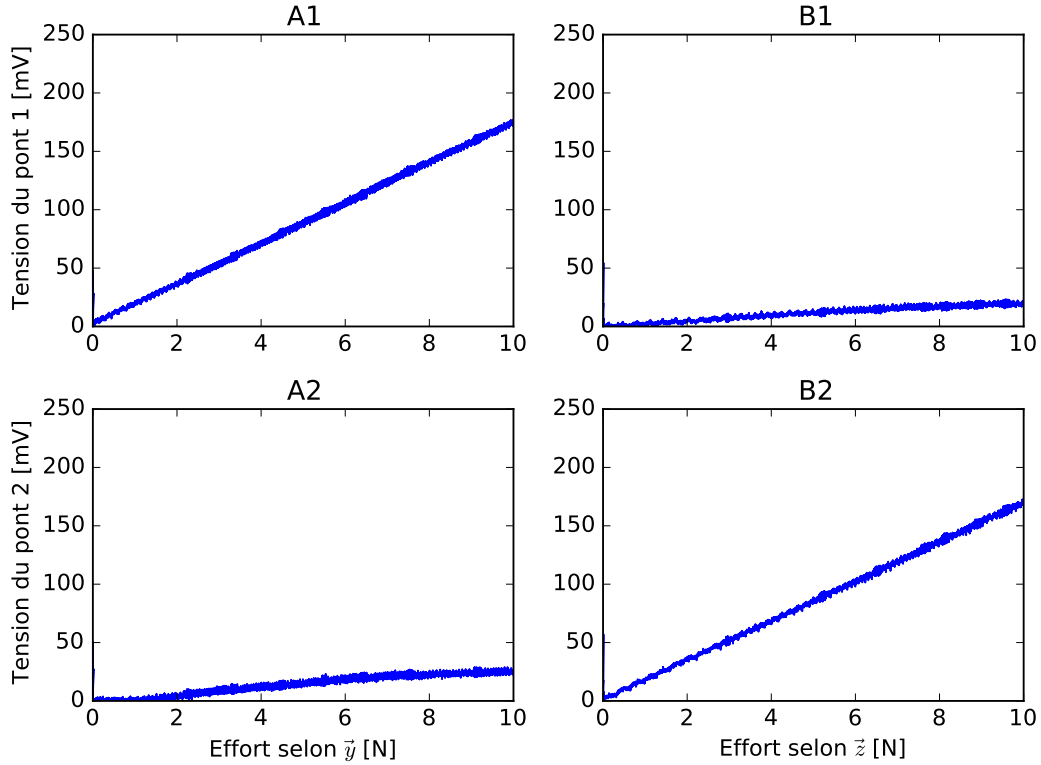


Fig. 3.16 Mesures de l'effort exercé par le capteur U1A en fonction de la tension mesurée par les ponts de Wheatstone. La numérotation des ponts correspond à celle utilisée dans la figure 3.11. Les graphiques A_1 et A_2 correspondent respectivement aux mesures des tensions aux bornes des ponts 1 et 2, dans le cas où l'effort est appliqué selon \vec{y} . Il en va de même pour les graphiques B_1 et B_2 , qui correspondent aux mesures dans le cas où l'effort est appliqué selon \vec{z} .

Pour calculer les coefficients de la matrice A , nous effectuons une régression linéaire multiple (au sens des moindres carrés) du système équations 3.6,

$$\begin{cases} F_y = a_{11}V_1 + a_{12}V_2 \\ F_z = a_{21}V_1 + a_{22}V_2 \end{cases} \quad (3.7)$$

où F_y est l'effort imposé par le capteur de référence dans la première série de mesures et F_z est l'effort imposé dans la seconde. L'algorithme utilisé pour effectuer la regression multiple est détaillé dans l'article [Chatterjee et Hadi, 1986]. Cette opération est répétée pour chacune des 10 mesures de chaque série, puis la matrice A moyenne est calculée :

$$A = \begin{pmatrix} 43,9 & -2,4 \\ -18,0 & 45,8 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

La figure 3.17 représente les composantes de l'effort estimées avec la matrice A en fonction des valeurs mesurées par le capteur métrologique F_y et F_z . Nous constatons que la mesure est linéaire dans la plage d'utilisation du capteur. Les pointillés rouges présentent les incertitudes de mesure élargies⁵ $U(F_y)$ et $U(F_z)$ des composantes d'effort estimées. Le détail du calcul est donné dans l'annexe B.3. L'évolution de l'incertitude en fonction de l'effort F mesuré est donnée par la figure 3.18. Nous constatons que l'incertitude augmente légèrement lorsque l'effort mesuré augmente selon l'axe \vec{y} et il en va de même selon l'axe \vec{z} . L'incertitude $U(F_z)$ est également plus importante lors de la mesure d'un effort proche de 0 N. Le graphique C de la figure 3.18 montre que l'incertitude élargie $U(F)$ ⁶ évolue entre 0,07 et 0,08 N, ce qui est satisfaisant dans notre cadre d'utilisation, et dans le cas où l'effort mesuré n'est pas trop faible, pour un capteur parfaitement adapté et intégré au robot.

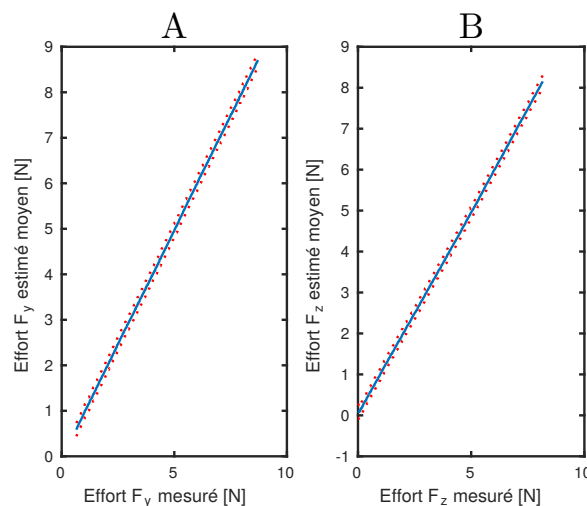


Fig. 3.17 Estimation moyenne de l'effort en fonction de l'effort mesuré. Les courbes A et B montrent respectivement l'estimation pour la composante F_y et la composante F_z . Les pointillés présentent l'incertitude de mesure élargie pour chaque composante d'effort.

3.4 Rejet de l'effort de perturbation

Nous indiquions au début de ce chapitre que la raison d'être du capteur est de mesurer l'effort de contact exercé par le robot sur un instrument dans le but de rejeter les perturbations qui apparaissent sur la trajectoire du robot. Nous allons voir comment la commande du robot est modifiée par la prise en compte du contact avec un instrument.

5. Pour un niveau de confiance de 95%.

6. Pour un niveau de confiance de 95%.

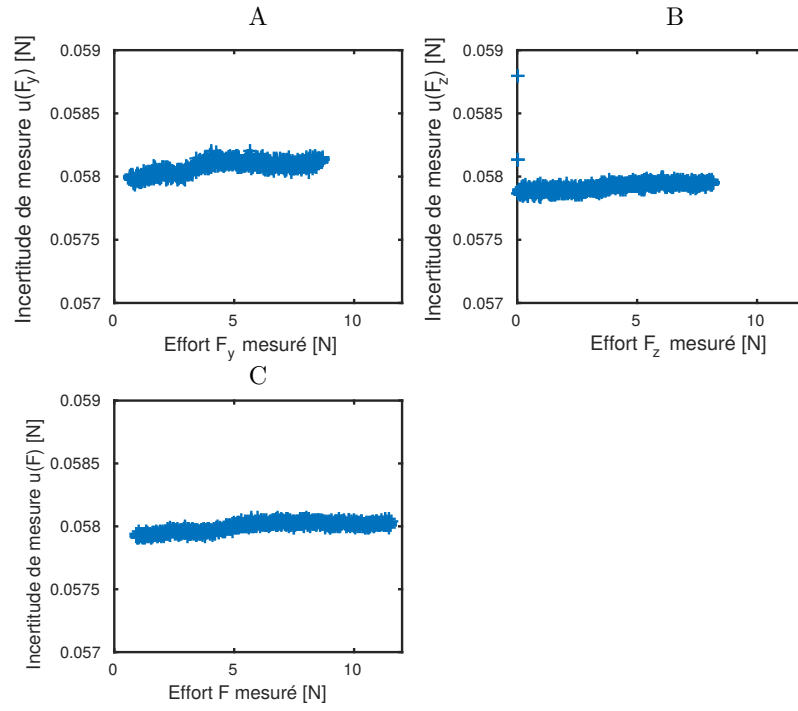


Fig. 3.18 Évolution des incertitudes de mesure en fonction de l'effort mesuré. Les courbes A, B et C présentent respectivement les incertitudes élargies (pour un intervalle de confiance à 95%) des mesures avec le capteur d'effort pour la composante F_y , la composante F_z et l'effort $F = \sqrt{F_y^2 + F_z^2}$.

3.4.1 Nouvelle commande du robot

Pour corriger la perturbation induite par l'effort de contact sur la trajectoire du robot, nous supposons que chaque valeur d'effort F_{ext} mesurée par le capteur du robot correspond à une perturbation statique de la position de son effecteur. L'effort \vec{F}_{ext} est orthogonal au capteur d'effort par hypothèse (voir §3.3.2 p. 48), il s'exprime donc dans le repère du corps 2 du robot : $\vec{F}_{ext} = [0 \ F_{y2}]^T$. Nous calculons les couples perturbateurs $\Gamma_{ext} = [\Gamma_1 \ \Gamma_2]^T$ qui s'exercent sur les moteurs du robot en utilisant la mesure de F_{ext} et le principe de dualité cinémato-statique énoncé au chapitre 2 : $\Gamma_{ext} = J^T R_{0 \rightarrow 2} F_{ext}$, où $R_{0 \rightarrow 2}$ est la matrice de rotation du repère du laboratoire vers le corps 2 du robot. Cette matrice s'exprime en fonction des paramètres DH choisis pour le repérage du robot (voir chapitre 2).

$$R_{0 \rightarrow 2} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Pour corriger la perturbation de trajectoire, nous ajoutons le couple estimé Γ_{ext} au couple Γ_{PID} en sortie du correcteur PID pour obtenir la nouvelle commande de couple Γ_{com} du robot :

$$\begin{aligned} \Gamma_{com} &= \Gamma_{PID} + \Gamma_{ext} \\ &= \Gamma_{PID} + \begin{pmatrix} -l_1 \sin \theta_1 & l_1 \cos \theta_1 \\ -l_2 \sin \theta_2 & l_2 \cos \theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) & -\sin(\theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) & \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ F_{y2} \end{bmatrix} \\ &= \Gamma_{PID} + F_{y2} \begin{bmatrix} l_1 \cos \theta_2 \\ l_2 \cos \theta_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Par manque de ports de connexions sur la baie de commande, et de récupération de l'effort avec le logiciel du robot, la correction d'effort n'est pas effectuée en temps réel. L'effort F est mesuré une première fois au contact de la touche par le capteur du robot, celui-ci suivant une trajectoire de consigne non corrigée. L'effort mesuré est ensuite envoyé au robot avec la trajectoire de consigne, pour générer la nouvelle commande.

3.4.2 Validation expérimentale

Nous testons la correction de couple moteur du robot, avec la commande modifiée précédemment, sur le clavier du laboratoire. L'expérience est réalisée sur la touche n°37 (sol). Comme au chapitre 2, une caméra rapide permet de filmer avec une fréquence de 1000 Hz la trajectoire effectuée par le robot au contact de la touche de l'instrument avec et sans rejet de perturbation.

La figure 3.19 montre la caractéristique force / enfoncement obtenue pour effectuer la correction d'effort pour le robot et son interpolation par rapport à l'enfoncement de la trajectoire de consigne. Nous conservons l'effort de la courbe bleue au moment du lâcher sur la trajectoire interpolée (les marqueurs '+' verts) afin d'être certains que le robot ne vas pas perdre de la

vitesse à la fin de la trajectoire. En effet, au moment où la corde et le plectre ne sont plus en contact après le pincement, l'enfoncement augmente et l'effort diminue. Plus de détails sur l'évolution de la caractéristique force / enfoncement seront donnés au chapitre 5.

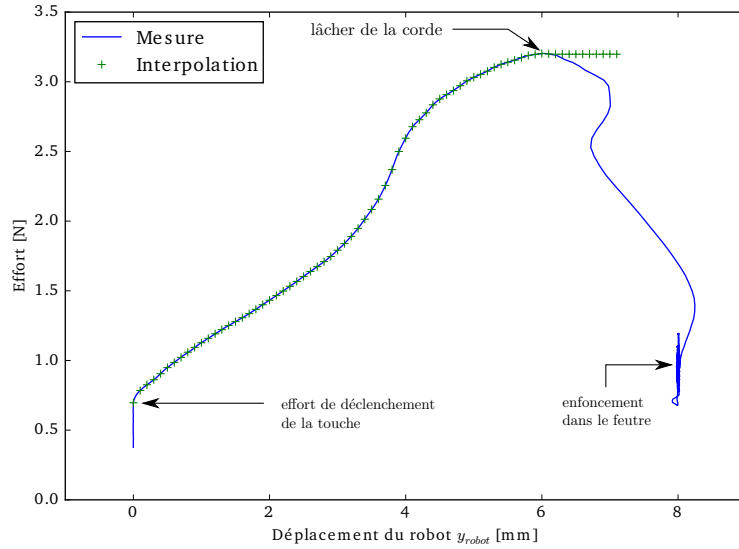


Fig. 3.19 Courbe force / enfoncement de référence obtenue avec le capteur d'effort du robot et le capteur d'enfoncement de la touche (en bleu). Cette courbe est interpolée (en vert) avec le déplacement y_{robot} de la trajectoire 5.8 pour rejeter la perturbation des couples moteurs du robot lors du contact avec la touche.

Nous calculons à partir de la courbe interpolée les couples moteurs que le robot devra fournir pour rejeter la perturbation. Les deux mesures, avec et sans correction d'effort, sont répétées 5 fois chacune pour évaluer leur répétabilité. La méthode de calcul de l'incertitude de mesure est donnée dans l'annexe C. La trajectoire de consigne envoyée au robot est celle qui a été utilisée dans le chapitre 2 pour valider le suivi de trajectoire. La comparaison de la trajectoire de consigne aux trajectoires moyenne mesurées est présentée sur le graphe (A) de la figure 3.20. Le graphe (B) présente les composantes, selon \vec{x} et \vec{y} , de la trajectoire dans le repère du robot, confondu avec le repère du clavecin dans cette expérience.

Nous constatons que la correction d'effort modifie la trajectoire du robot, mais ne permet pas de corriger parfaitement la perturbation exercée sur le robot. Nous pensons que la méthode employée pour rejeter des perturbations statiques n'est pas suffisante pour deux raisons :

- la correction d'effort n'est pas envoyée en temps réel au robot, mais est mesurée par avance (figure 3.19) ; la perturbation rencontrée au moment des mesures de validation (figure 3.20) est donc différente, et sa correction ne peut pas être parfaite,
- le mouvement du robot est assez rapide, et de ce fait, il faudrait plutôt utiliser le modèle dynamique du robot pour rejeter les efforts de contact, ce qui permet de prendre en compte aussi les couplages des axes du robot lors de son mouvement.

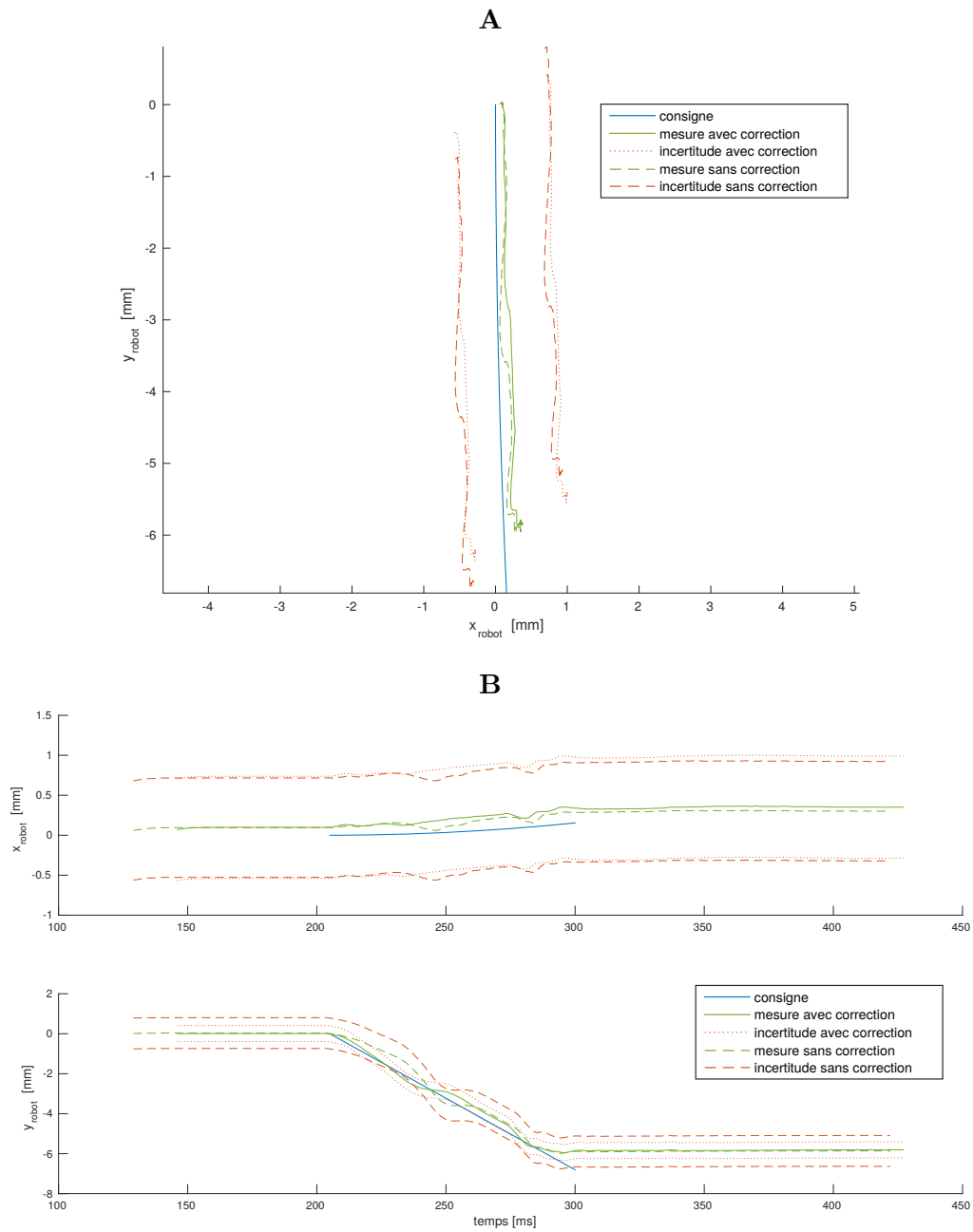


Fig. 3.20 Validation de la méthode de correction des efforts de contact avec l'effecteur du robot. Le graphe A correspond à la comparaison de la trajectoire de consigne et des trajectoires mesurées à la caméra rapide avec et sans correction d'effort. le graphe B correspond aux composantes de la trajectoire du robot en x et en y . La trajectoire de consigne utilisée permet d'enfoncer une touche de clavier de 10 mm à une vitesse de 0,10 m/s.

3.5 Synthèse

Ce chapitre a permis de détailler la solution choisie pour rejeter la perturbation de la trajectoire du robot, induite par l'effort de contact avec l'instrument. Plusieurs technologies ont été envisagées avant de choisir les jauges de déformation pour effectuer les mesures, en raison de leur grande bande passante, de leur facilité de mise en œuvre et de leur utilisation dans de nombreux capteurs métrologiques du commerce. Nous avons ensuite détaillé la conception du capteur en partant du choix des jauges, de leurs conditionnements par un pont de Wheatstone, qui permet de détecter les faibles variations de résistance des jauges, causées par la déformation du corps d'épreuve sur lequel elles sont collées. La géométrie de la partie déformable du capteur est inspirée des poutres IPN. Quatre jauges de déformation sont collées sur cette poutre, et sont montées deux à deux dans des ponts de Wheatstone pour assurer la linéarité du montage, doubler la sensibilité des conditionneurs et limiter la dérive temporelle du signal due à la température. La longueur du corps d'épreuve a été optimisée avec l'aide de simulations d'un modèle éléments finis. Enfin, le capteur a été calibré avec un capteur de référence. Le calibrage du capteur montre qu'un couplage de l'ordre de 10% existe entre ses directions de mesure théoriques. Le capteur fabriqué est précis, et le calibrage, effectué avec un nombre restreint de mesures, montre que l'incertitude de mesure de l'effort est de l'ordre de 0,08 N pour une étendue de mesure allant de 0 à 10 N. La dernière section du chapitre a été consacrée à la méthode de rejet de l'effort perturbateur exercé sur le robot à partir de la mesure de l'effort de contact avec les instruments de musique. La commande est modifiée pour intégrer la mesure du capteur d'effort, et nous testons cette amélioration pour appuyer sur une touche de clavecin. L'expérience montre que la correction mise en œuvre sur le robot n'est pas parfaite, et il faudrait certainement utiliser le capteur en temps réel, dans la boucle du robot, avec le modèle dynamique du chapitre 2.

Le capteur conçu dans ce chapitre peut être remplacé aisément si ses caractéristiques métrologiques doivent être modifiées pour les besoins de l'expérience. Il est fonctionnel et peut être utilisé lors d'expériences ultérieures pour mesurer les efforts de contact avec les instruments de musique. En revanche, la méthode de rejet des efforts de contact sur le robot n'est pas encore opérationnelle.

Modélisation du mécanisme de pincement du clavecin

4.1 Présentation générale de l'instrument et problématique

Le clavecin est un instrument de la famille à cordes pincées qui possède un clavier. Il a connu un fort développement de son répertoire musical aux 17^e et 18^e siècles [Grove, 2014]. Le mécanisme de pincement des cordes fonctionne de la manière suivante (voir figure 4.1) : un sautereau¹ monte par effet de levier lorsque le musicien appuie sur la touche sur laquelle il repose. Un plectre encastré dans une fente du sautereau vient au contact de la corde, et l'entraîne dans son mouvement. Historiquement, les plectres sont taillés dans des plumes d'oiseaux, dans du cuir ou bien plus récemment, dans un polymère plastique, le *delrin*. La corde exerce un effort sur le plectre, ce qui cause sa flexion, jusqu'à une certaine limite où la corde se met à glisser sur le plectre. Quand elle arrive à son extrémité, elle est relâchée et la phase d'oscillations libres de la corde commence. Lorsque la touche est relâchée, la descente du sautereau commence. Un mécanisme d'échappement constitué d'une languette et d'un ressort, en soie de porc à l'origine ou en plastique actuellement, bloqué quand le sautereau monte, permet au plectre de ne pas pincer de nouveau la corde quand il redescend. La forme particulière du plectre lui permet de glisser sur la corde, tandis que le ressort du mécanisme d'échappement se déforme, faisant ainsi reculer le plectre qui passe alors sous la corde. Un morceau de feutre sur la partie supérieure du sautereau permet enfin d'étouffer la corde. La touche est alors retournée à sa position de repos et la note peut être jouée à nouveau. Divers morceaux de feutres viennent amortir la course des pièces de ce mécanisme : sous la touche et sous le chapiteau, qui sert de butée au dessus des sautereaux. Certains modèles de clavecin possèdent deux claviers pinçant deux jeux de cordes, appelés jeux de 4 pieds (4') et de jeux de 8 pieds (8'), en référence à la longueur des tuyaux d'orgue produisant des notes identiques [Grove, 2014]. Ces jeux de cordes peuvent être joués simultanément, afin de réaliser des accords et autres effets musicaux. Un schéma du mécanisme est présenté figure 4.2.

4.1.1 L'harmonisation du clavecin

L'harmonisation du clavecin est le processus de réglage des différents paramètres du mécanisme décrit précédemment, influençant le pincement de la corde, le son et le toucher de l'instrument. Il s'agit par exemple de la distance initiale entre le sautereau et le plectre, de

1. Une pièce à l'origine en bois, de nos jours en plastique.

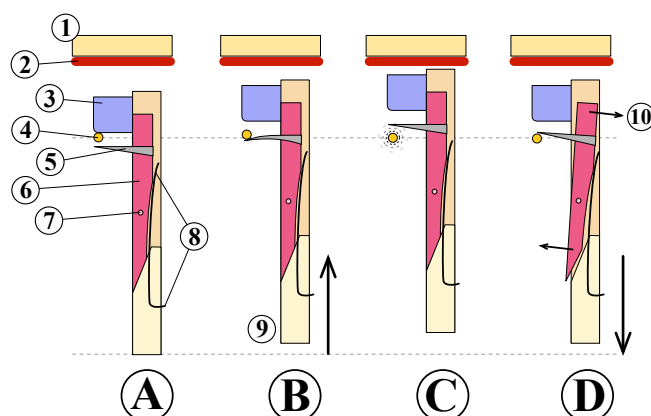


Fig. 4.1 Fonctionnement d'un sautereau de clavecin. Descriptions du mouvement : (A) le sautereau est au repos, l'étouffoir repose sur la corde et l'empêche de vibrer. (B) soulevé par la touche, le sautereau s'élève : le bec vient contre la corde qu'il soulève tout en se courbant. (C) le bec, trop courbé, vient lâcher la corde qui se met à vibrer (émission du son), le sautereau vient buter contre le chapiteau. (D) la touche est relâchée, le sautereau redescend par son poids. Le bec s'escamote derrière la corde par rotation de la languette, légèrement retenue par le ressort. (1) chapiteau, (2) feutre, (3) étouffoir, (4) corde, (5) bec, (6) languette, (7) axe de la languette, (8) ressort (soie de sanglier), (9) sautereau, (10) rotation de la languette. Dessin et légendes originaux de Johann Dréo, sous licence Creative Commons, disponible sur <http://en.wikipedia.org>, sous le titre Clavecin_sautereau_fonctionnement.

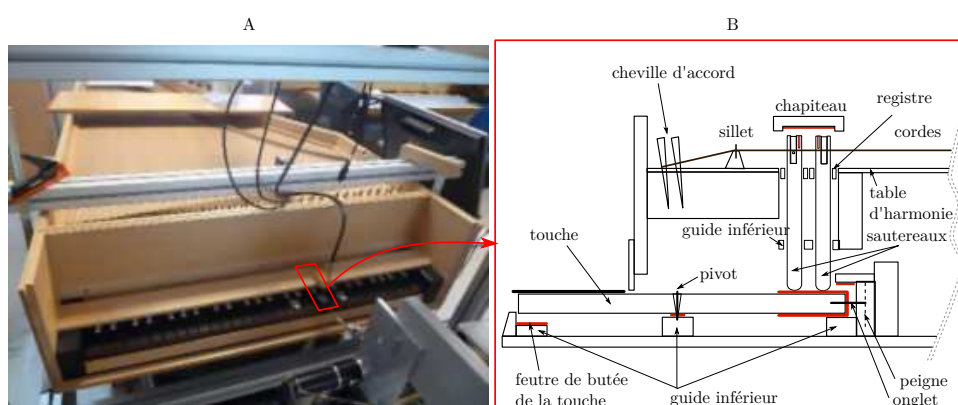


Fig. 4.2 Mécanisme de la touche de clavecin. La figure A correspond à une photographie du clavecin du laboratoire et le schéma B présente le fonctionnement de la touche. Dessin original de Johann Dréo, sous licence Creative Commons, disponible sur <http://commons.wikimedia.org>, sous le titre HarpsichordMechanism-EN

la position des feutres, de la raideur du ressort d'échappement, du frottement des touches du clavier et de la forme du plectre. Ces réglages sont effectués par le facteur d'instrument ou le musicien. Ils lui permettent de donner à l'instrument une réponse homogène sur toute sa tessiture. La visite d'un atelier de facture² nous a permis de mieux comprendre comment les facteurs réalisent le processus d'harmonisation, en particulier en ce qui concerne la taille des plectres. La figure 4.3 montre cette étape : le plectre est coupé avec un couteau spécial pour affiner sa géométrie et faciliter son échappement lors de la phase de descente du sautereau. La surface qui est en contact avec la corde lors de la montée est laissée intacte.



Fig. 4.3 Taille des plectres dans un atelier de facture de clavecin.

4.1.2 Problématique générale

Cette étude s'inscrit dans un projet en partenariat avec le musée de la musique et la Philharmonie (*FaReMi*³). Une partie de ce projet a pour vocation d'étudier l'harmonisation du clavecin, en particulier l'impact que peut avoir la géométrie des plectres sur l'effort que le musicien doit fournir pour jouer une note en appuyant sur une touche. L'étude de clavecins historiques pose diverses questions, dont certaines concernent directement la conservation et la restauration de ces instruments anciens, tandis que d'autres s'attachent aux sons qu'ils produisaient autrefois. Il y a alors un conflit qui apparaît entre conservation et expérimentation car les instruments historiques ne peuvent pas être joués. L'analyse des comportements mécanique et acoustique de l'instrument permettent de construire des modèles de synthèse sonore qui donnent une idée du son produit par l'instrument sans avoir à le jouer.

4.2 Les modèles de la littérature

L'interaction qui a lieu entre le plectre et la corde dans la phase de pincement, s'étendant dans le temps entre l'instant où le musicien commence à appuyer sur la touche pour jouer une note et le moment où la corde est libérée du plectre, a été approchée par des modèles analytique de plus en plus réalistes. Nous présentons dans cette section les différentes modélisations de

2. Mme Argellies, à Montpellier, <http://argellies.free.fr/menu.htm>.

3. Faire parler les instruments de Musique du Patrimoine

plectre qui ont été établies au fil du temps et qui font partie des classiques de la littérature sur le sujet.

4.2.1 Modèle de Griffel

Ce modèle est volontairement très simplifié pour étudier l'influence de paramètres spécifiques sur les résultats de simulation, comme par exemple la vitesse de montée du sautereau, la position de départ de la corde sur le plectre et la longueur du plectre. Le plectre est modélisé tout d'abord par une barre rigide qui est reliée au sautereau par un ressort de torsion. L'auteur propose ensuite une extension de ce modèle, où le plectre devient un ensemble de deux barres articulées entre-elles par un ressort de torsion. Cette modélisation s'apparente à la méthode des éléments finis et l'auteur précise qu'après avoir étudié et comparé les solutions données par ces deux modèles, la solution donnée par une poutre élastique ne doit pas être *a priori* très différente de celles déjà obtenues. Ces modèles ne sont pas destinés à étudier l'interaction entre la corde et le plectre avant les oscillations libres de la corde, mais plutôt à trouver les conditions initiales de ces oscillations et ainsi étudier en particulier l'évolution de l'amplitude du mouvement de la corde en fonction de la vitesse du sautereau. La corde est alors modélisée comme le mouvement plan d'un tronçon de corde attaché au bâti par des ressorts. Le résultat semble surprenant : l'amplitude des oscillations de la corde présente un maximum pour une valeur de vitesse donnée, comme le montre la figure 4.4. L'amplitude et la vitesse de la corde dans ce graphique sont adimensionnées, car elles sont rapportées respectivement à la position initiale de la corde et à la vitesse de la corde sur le plectre, en particulier la vitesse de la corde lorsqu'elle parcourt la distance L_p entre son point de départ sur le plectre et l'extrémité du plectre en un temps qui correspond à l'inverse de la fréquence fondamentale de la corde, c'est-à-dire une période d'oscillation de la corde.

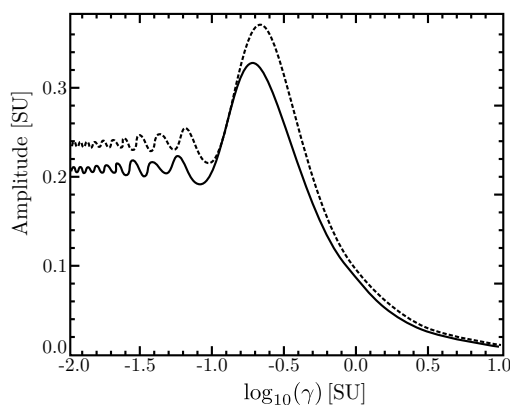


Fig. 4.4 Allure de résultats de simulation présentés dans l'article [Griffel, 1994]. L'amplitude en ordonnées est l'amplitude maximale adimensionnée $\frac{x}{d}$ des oscillations de la corde, où x est le déplacement de la corde et d sa position initiale sur le plectre, représentée en fonction du logarithme décimal du rapport de vitesse $\gamma = \frac{V_j}{2\pi L_p f_0}$, où V_j est la vitesse du sautereau, et $2\pi L_p f_0$ est la vitesse de la corde quand elle parcourt la distance L_p sur le sautereau pendant la période d'oscillation du premier mode de la corde $2\pi f_0$. La courbe pleine correspond au modèle de barre rigide et la courbe en pointillés correspond au modèle avec deux barres articulées.

La chute brutale de l'amplitude des oscillations de la corde par la suite est expliquée de la manière suivante : la vitesse du sautereau devient tellement grande par rapport à la vitesse de la corde sur le plectre que celui-ci l'effleure à peine, laissant la corde au repos.

4.2.2 Modèle de Giordano & Winans

Les résultats du modèle précédent sont en contradiction avec l'expérience [Giordano et Winans II, 1999]. La différence entre les résultats du modèle et l'expérience est supposée venir d'une modélisation trop simple du mouvement de la corde. L'amélioration qui est proposée par les auteurs est alors d'utiliser l'équation des ondes à la place d'un oscillateur à deux degrés de liberté. De plus, un modèle élastique du plectre est utilisé à la place d'un ensemble de barres rigides, associé à une fonction de forme pour la déformée de la fibre neutre, pour simplifier les calculs. La figure 4.5 présente les résultats de simulation pour ce nouveau modèle. L'amplitude des vibrations de la corde présente en effet un réponse plate en fonction de la vitesse de montée du sautereau V_j , mais il faut noter la différence qui existe entre les deux graphiques : l'échelle de représentation de la vitesse est logarithmique et adimensionnée dans un cas et linéaire dans l'autre. La comparaison des résultats peut être remise en cause, car les intervalles de vitesses utilisés pour les deux graphiques sont différents. Pour le graphique 4.4, il semble que l'échelle des vitesses s'étende de 0 à 70 m/s environ, quand l'échelle du graphique 4.5 s'étend de 0 à 1 m/s⁴. Après une analyse plus approfondie, il semble que le maximum observé sur le graphique 4.4 a lieu aux alentours de 2 m/s, nous devrions donc retrouver une forte croissance de l'amplitude sur le graphique 4.5 pour les vitesses les plus élevées, ce qui n'est pas le cas. Pourtant, un décalage du maximum d'amplitude vers les vitesses élevées s'opère quand le modèle utilisé pour le plectre se rapproche du modèle de poutre, comme le montre la figure 4.4. Il se peut aussi que la modification du modèle de plectre dans l'article [Giordano et Winans II, 1999] ait décalé l'apparition du maximum d'amplitude vers de fortes vitesses et que l'intervalle d'étude considéré par les auteurs soit trop restreint.

4.2.3 Modèle de Perng

Les modèles précédents ont donc pour sujet de recherche l'existence de nuances dans la pratique du clavecin : est-il possible de jouer plus fort si nous appuyons plus vite sur la touche ? Si cette question est en dehors de notre cadre d'étude, et est laissée à l'appréciation des musiciens et spécialistes de la question, un élément de réponse est donné dans la littérature [Grove, 2014], qui justifie l'invention du *piano forte* comme une réponse apportée au manque de nuance du clavecin. L'article [Perng, 2012] s'attache quant à lui à modéliser le transitoire du mouvement de la corde pour mettre en place un algorithme de synthèse sonore de l'instrument s'appuyant sur un modèle physique. L'auteur montre comment substituer à l'équation des ondes un mécanisme à deux degrés de liberté pour le mouvement de la corde, en prenant une valeur de raideur pour les ressorts de rappel de la tension T de la corde [Perng, 2012]. Il introduit, de plus, l'utilisation

4. Nous notons que les vitesses maximales considérées sont très loin de celles observées pour un contexte musical normal, remarque déjà faite par les auteurs de [Giordano et Winans II, 1999]

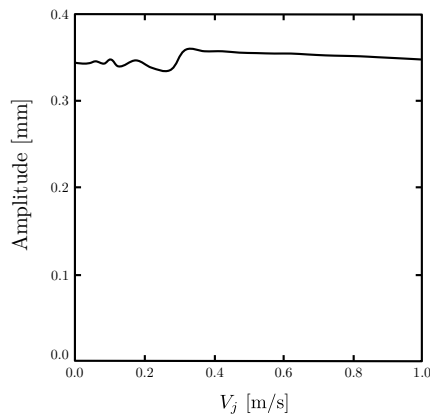


Fig. 4.5 Allure des résultats de simulation présentés dans l'article [Giordano et Winans II, 1999]. Il s'agit d'une représentation de l'évolution de l'amplitude des oscillations de la corde en fonction de la vitesse du sautereau V_j .

de l'équation des poutres pour modéliser la déformation du plectre de manière réaliste, dans l'approximation des petites déformations et des grands déplacements. Les simulations de ce modèle conduisent au même graphique que la figure 4.4, avec le décalage du maximum vers les hautes vitesses prédit par Griffel lorsque l'on utilise un modèle de plectre plus réaliste. Les résultats de simulation du modèle d'interaction entre la corde et le plectre sont assez proches des mesures effectuées sur un monocorde expérimental, ce qui était déjà le cas dans l'article de Giordano et Winans. Un raffinement est proposé par l'auteur pour prendre en compte les conditions particulières qui existent au bout du plectre au moment de la phase de lâcher de la corde : à cet endroit, le plectre est supposé arrondi (l'extrémité du plectre est un demi-cercle) et un nouveau système d'équations permet de modéliser le glissement de la corde et le changement de direction de l'effort de contact avec le plectre sur l'arrondi [Perng *et al.*, 2011b]. La suite de l'étude porte sur l'utilisation du modèle par guide d'onde numérique pour effectuer une synthèse sonore de l'instrument et sort du cadre de notre travail [Perng *et al.*, 2011a].

4.2.4 Modèle de Chadeaux & Le Carrou

Les prémisses du modèle présenté dans ce chapitre ont vu le jour dans [Chadeaux *et al.*, 2013b]. L'objectif était alors d'analyser l'interaction entre le plectre et la corde dans un contexte musical réaliste, c'est-à-dire qu'un musicien expert joue une partition sur l'instrument pendant la phase de mesure. Certaines notes sont extraites et analysées afin de mieux comprendre les différents mouvements qui ont lieu en situation de jeu. Une caméra rapide filme le plectre et la corde pendant la montée du sautereau et permet d'extraire la déformée du plectre, qui est comparée aux résultats de simulation du modèle précédent. Un raffinement du modèle est alors proposé : l'extrémité du plectre est modélisée par un changement de section, permettant d'étudier l'influence d'une variation de section sur la déformée du plectre et le mouvement de la corde. Les résultats sont similaires à ceux du modèle précédent, mais peut être plus précis sur la déformée du plectre vis-à-vis des mesures.

4.2.5 Cadre d'étude

Dans les études précédentes, les bases d'un modèle d'interaction plectre / corde ont été posées, permettant de simuler le mouvement de la corde entraînée par le plectre lors de la montée du sautereau, jusqu'à ce que celle-ci soit relâchée. Nous souhaitons introduire dans ce modèle une variation réaliste de section du plectre lorsque l'on se rapproche de son extrémité. Des études dans ce sens ont déjà été menées sur des lames de xylophone [Doutaut et Chaigne, 1994] et sur des modèles généraux de déformation de poutres à section variable [Koo Lee *et al.*, 1993].

Ce chapitre est organisé de la manière suivante : nous décrivons les différents modèles et les hypothèses utilisées pour simuler l'interaction entre la corde et le plectre, puis les résultats de simulations sont commentés, afin de déterminer l'influence de divers paramètres sur le comportement de la solution. Nous revenons notamment sur l'apparition d'un maximum d'amplitude du mouvement de la corde quand la vitesse du sautereau est grande.

4.3 Détermination des différents modèles

Les mesures sur un claveciniste en situation de jeu [Chadefaux *et al.*, 2013b] montrent que la vitesse de montée du sautereau est constante. Pour établir le modèle de pincement des cordes du clavecin, nous supposons que le mouvement est suffisamment lent pour être décrit par un modèle quasi-statique et que le système est linéaire. Nous supposons, de plus, que les éléments du mécanisme de la touche sont indéformables. Nous séparons donc l'étude du mécanisme en trois sous ensembles, étudiés indépendamment puis rassemblés pour simuler le pincement des cordes de clavecin : le mouvement de la touche, le mouvement de la corde et la déformation du plectre. Nous étudions la dynamique de ces solides, pour pouvoir se ramener ensuite à une formulation quasi-statique numérique par équations récurrentes.

4.3.1 Modèle complet

Les trois sous-ensembles du modèle permettent de simuler l'interaction corde / plectre au cours du temps. Ils sont connectés selon le diagramme de la figure 4.6. Le mouvement de la corde, repéré par les variables (y_s, z_s) dans le repère du laboratoire, est initialisé par la montée du sautereau, de coordonnées (y_j, z_j) , à la vitesse constante V_j pendant l'intervalle de temps dt , ce qui impose un déplacement au plectre (y_p, z_p) , dans le repère du sautereau. Nous considérons que ce déplacement est celui de l'extrémité d'un plectre de longueur $L_p < L$, où L est la véritable longueur du plectre. Le plectre change donc de longueur à chaque itération du calcul. Le modèle de plectre permet de calculer l'effort F_{sp} et la longueur L_p à partir du déplacement imposé. Pour cela, nous utilisons un critère moindres carrés ϵ , qui minimise la distance entre le déplacement imposé (y_p, z_p) et le déplacement (y_{pe}, z_{pe}) calculé par les équations de flexion du plectre :

$$\epsilon = \min \left(\sqrt{(y_p - y_{pe}(L_p, F_{sp}))^2 + (z_p - z_{pe}(L_p, F_{sp}))^2} \right) \quad (4.1)$$

L'effort fléchissant F_{sp} permet de calculer l'angle de flexion ϕ_0 de la fibre neutre du plectre.

Les coordonnées de la corde (y_s, z_s) sont ensuite mises à jour. Enfin, l'effort F_{sp} et l'angle de la touche α , calculé en fonction de l'élévation du plectre y_j , sont utilisés par le modèle de touche qui calcule l'effort de contact F_e exercé par le doigt sur la touche. La simulation se poursuit tant que $L_p \leq L$.

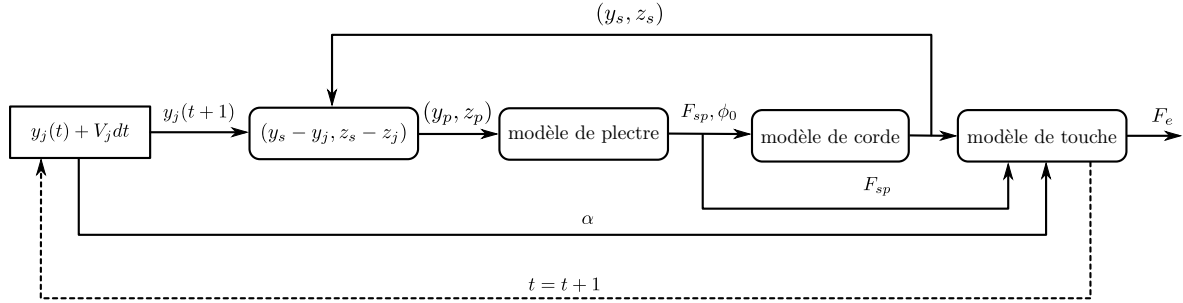


Fig. 4.6 Déroulement de la simulation. Le point de départ de la montée du sautereau, symbolisée par la variable y_j , se situe dans la boîte la plus à gauche gauche du schéma. Les coordonnées de la corde (y_s, z_s) sont calculées dans le repère du sautereau (y_p, z_p) .

Les trois sous-ensembles vont être étudiés plus en détail dans les section suivantes.

4.3.2 Le mouvement de la touche

Nous supposons ici que la touche et le sautereau sont des solides rigides reliés au bâti par des liaisons parfaites, sans frottements. La figure 4.7 représente le modèle de la touche de clavecin et les dimensions utilisés pour effectuer les calculs. La touche est notée S_k , le sautereau est noté S_j et le bâti S_0 . La liaison entre S_0 et S_k est un pivot, la liaison entre S_k et S_j est un contact ponctuel et la liaison entre S_j et S_0 est une glissière.

Nous calculons l'énergie cinétique du système et ensuite nous utilisons le théorème de l'énergie cinétique pour trouver l'équation de mouvement du mécanisme. Nous commençons pour cela par calculer les torseurs cinématiques ($\mathcal{V}_{G_k}(S_k/S_0)$ et $\mathcal{V}_{G_j}(S_j/S_0)$) et cinétiques ($\mathcal{C}_{G_k}(S_k/S_0)$ et $\mathcal{C}_{G_j}(S_j/S_0)$) des liaisons S_k/S_0 et S_j/S_0 aux centres de gravité des solides :

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{G_k}(S_k/S_0) &= \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_k \vec{z} \\ c_k \dot{\alpha}_k \vec{y}_k \end{Bmatrix}, & \mathcal{C}_{G_k}(S_k/S_0) &= \begin{Bmatrix} m_k c_k \dot{\alpha}_k \vec{y}_k \\ I_{zk} \dot{\alpha}_k \vec{z} \end{Bmatrix} \\ \mathcal{V}_{G_j}(S_j/S_0) &= \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \dot{z}_j \vec{z} \end{Bmatrix}, & \mathcal{C}_{G_j}(S_j/S_0) &= \begin{Bmatrix} m_j \dot{z}_j \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.2)$$

où α_k est l'angle de rotation de la touche autour de l'axe de liaison avec le “bâti” S_0 , $\dot{\alpha}_k$ la dérivée temporelle de α_k , z_j est l'élévation du sautereau, \dot{z}_j la dérivée temporelle de z_j , m_k et m_j les masses de la touche et du sautereau, c_k la position de G_k dans le repère de la touche et I_{zk} le moment d'inertie de la touche en G_k par rapport à son axe de rotation. Nous calculons



(4.3)

$$= \frac{1}{2} m_j \dot{z}_j^2$$

(4.4)

(4.5)

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}(I_{zk} + m_k c_k^2 + \frac{m_j a_k^2}{\cos^4 \alpha_k}) \dot{\alpha}_k^2 \quad (4.6)$$

Les efforts extérieurs appliqués au système sont le poids pour la touche et le sautereau, l'effort appliqué par la corde sur le plectre au point B et l'effort appliqué par le doigt du musicien sur la touche.

Les torseurs des efforts extérieurs au système sont :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{G_k}(poids/S_k) &= \begin{Bmatrix} -m_k g \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}, & \mathcal{F}_{G_j}(poids/S_j) &= \begin{Bmatrix} -m_j g \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \\ \mathcal{F}_A(doigt/S_k) &= \begin{Bmatrix} -F_{exk} \vec{x}_k - F_{eyk} \vec{y}_k - F_{ezk} \vec{z}_k \\ \vec{0} \end{Bmatrix}, & \mathcal{F}_B(corde/S_j) &= \begin{Bmatrix} F_{spxj} \vec{x} + F_{spsyj} \vec{y} + F_{spzj} \vec{z} \\ L_{spxj} \vec{x} + M_{spsyj} \vec{y} + N_{spzj} \vec{z} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.7)$$

où $F_{exk}, F_{eyk}, F_{ezk}$ sont les composantes de l'effort \vec{F}_e appliqué par le doigt sur la touche dans le repère $\mathcal{R}_k = (0_k, \vec{x}_k, \vec{y}_k, \vec{z}_k)$, $F_{spxj}, F_{spsyj}, F_{spzj}$ sont les composantes de l'effort \vec{F}_{sp} appliqué par la corde sur le sautereau et $L_{spxj}, M_{spsyj}, N_{spzj}$ sont les composantes du moment de l'effort \vec{F}_{sp} au point B. Les puissances correspondantes sont :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(poids/S_k) &= \mathcal{F}_{G_k}(poids/S_k) \otimes \mathcal{V}_{G_k}(S_k/S_0) \\ &= -m_k c_k g \cos \alpha_k \dot{\alpha}_k \\ \mathcal{P}(poids/S_j) &= \mathcal{F}_{G_j}(poids/S_j) \otimes \mathcal{V}_{G_j}(S_j/S_0) \\ &= -\frac{m_j a_k g}{\cos^2 \alpha_k} \dot{\alpha}_k \\ \mathcal{P}(doigt/S_k) &= \mathcal{F}_A(doigt/S_k) \otimes \mathcal{V}_A(S_k/S_0) \\ &= l_k F_{ezk} \dot{\alpha}_k \\ \mathcal{P}(corde/S_j) &= \mathcal{F}_B(corde/S_j) \otimes \mathcal{V}_B(S_j/S_0) \\ &= \frac{a_k F_{spzj}}{\cos^2 \alpha_k} \dot{\alpha}_k \end{aligned} \quad (4.8)$$

La puissance totale exercée par les actions mécaniques extérieures sur le système est :

$$\mathcal{P}(ext/S_k + S_j) = -(m_k c_k \cos \alpha_k + \frac{m_j a_k}{\cos^2 \alpha_k}) g + \frac{a_k F_{spzj}}{\cos^2 \alpha_k} + l_k F_{ezk} \dot{\alpha}_k \quad (4.9)$$

Le théorème de l'énergie cinétique appliqué au système {touche + sautereau} donne l'équation de mouvement :

$$\begin{aligned}
 \frac{d\mathcal{E}_c}{dt} &= \mathcal{P}(ext/S_k + S_j) \\
 (I_{zk} + m_k c_k^2 + \frac{m_j a_k^2}{\cos^4 \alpha_k}) \ddot{\alpha}_k + 2 \frac{m_j a_k^2}{\cos^4 \alpha_k} \tan \alpha_k \dot{\alpha}_k^2 &= l_k F_{ezk} + \frac{a_k F_{spzj}}{\cos^2 \alpha_k} \\
 &\quad - (m_k c_k \cos \alpha_k + \frac{m_j a_k}{\cos^2 \alpha_k}) g
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

L'équation 4.10 nous permet donc de déterminer le mouvement de la touche et l'effort d'appui sur celle-ci en fonction de l'effort exercé par la corde sur le plectre.

4.3.3 Le mouvement de la corde

Équation de mouvement théorique

L'étude du mouvement de la corde est restreinte à une section de celle-ci, qui est en contact avec le plectre durant la phase de pincement. Nous avons fait l'hypothèse au début de la section 4.3 que le mouvement de la corde sur le plectre est lent, ce qui nous conduit à proposer un modèle quasi-statique pour le mouvement du tronçon de corde. Le tronçon de corde est animé d'un mouvement plan, soumis à une force de rappel, comme le montre la figure 4.8. Le ressort de rappel possède une raideur qui dépend de la tension T de la corde, de sa longueur L_c et de la position le long de la corde du point de pincement du plectre, notée L_{c0} . La détermination de la raideur de la corde en fonction de ces paramètres est détaillée dans [Valette et Cuesta, 1993] à la page 45, en faisant l'hypothèse supplémentaire que la corde est souple. En notant β le rapport $\frac{L_{c0}}{L_c}$, nous pouvons alors écrire la raideur K_s sous la forme :

$$K_s = \frac{T}{L_c \beta (L_c - \beta)} \tag{4.11}$$

De plus, une force extérieure \vec{F}_{ps} est appliquée au tronçon de corde, afin de modéliser l'action mécanique du plectre qui l'entraîne pendant la montée du sautereau. Pour simplifier l'écriture des équations et leur compréhension, nous utiliserons dans la suite l'effort $\vec{F}_{sp} = -\vec{F}_{ps}$ qui modélise l'action réciproque de la corde sur le plectre. Nous supposons que le contact avec le plectre est sans frottements, ce qui revient à supposer que la force \vec{F}_{sp} est normale à la fibre neutre du plectre. Après ce bilan des actions mécaniques exercées sur le tronçon de corde, le principe fondamental de la dynamique projeté dans les directions du repère du laboratoire permet d'écrire l'équation de mouvement :

$$\begin{cases} \delta m \frac{\partial^2 y_s}{\partial t^2} &= -K_s y_s + F_{sp} \sin \phi \\ \delta m \frac{\partial^2 z_s}{\partial t^2} &= -K_s z_s + F_{sp} \cos \phi \end{cases} \tag{4.12}$$

où δm est la masse du tronçon de corde, F_{sp} est la norme du vecteur \vec{F}_{sp} et ϕ est l'angle formé entre la fibre neutre du plectre et l'axe \vec{y} au point de contact entre la corde et le plectre. Nous notons que ϕ est aussi l'angle de rotation d'une section initialement perpendiculaire à la fibre neutre de la poutre.

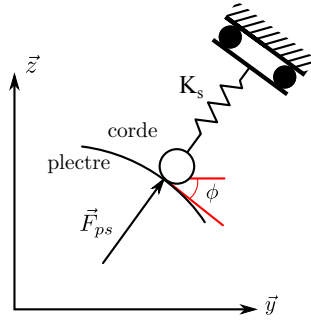


Fig. 4.8 Schéma du modèle mécanique de la corde.

Équation numérique

Pour discrétiser l'équation 4.12, nous utilisons le schéma centré :

$$\frac{d^2 f}{dt^2} = \frac{f(t+1) - 2f(t) + f(t-1)}{\delta t^2} \quad (4.13)$$

Nous obtenons ensuite l'équation numérique du déplacement de la corde :

$$\begin{cases} y_s(t+1) = 2y_s(t) - y_s(t-1) - \frac{\delta t^2}{\delta m} (K_s y_s(t) + F_{sp}(t) \sin \phi(t)) \\ z_s(t+1) = 2z_s(t) - z_s(t-1) - \frac{\delta t^2}{\delta m} (K_s z_s(t) + F_{sp}(t) \cos \phi(t)) \end{cases} \quad (4.14)$$

où δt est un intervalle de temps très court.

Stabilisation du schéma numérique

L'absence de frottements dans le modèle de mouvement de la corde rend le schéma numérique du mouvement de la corde instable et sensible au paramètre δt .

Nous ajoutons donc un amortissement visqueux c au système 4.12 :

$$\begin{cases} \delta m \frac{\partial^2 y_s}{\partial t^2} + c \frac{\partial y_s}{\partial t} = -K_s y_s + F_{sp} \sin \phi \\ \delta m \frac{\partial^2 z_s}{\partial t^2} + c \frac{\partial z_s}{\partial t} = -K_s z_s + F_{sp} \cos \phi \end{cases} \quad (4.15)$$

Nous utilisons en complément au schéma centré pour la dérivée première l'égalité :

$$\frac{df}{dt} = \frac{f(t+1) - f(t-1)}{2\delta t} \quad (4.16)$$

Nous obtenons donc un nouveau système numérique pour le mouvement de la corde qui est beaucoup plus stable lors de l'interaction corde / plectre :

$$\begin{cases} y_s(t+1) = \frac{2\delta t^2}{2\delta m + c\delta t} \left(-K_s y_s(t) + F_{sp}(t) \sin \phi(t) + \frac{\delta m}{\delta t^2} (2y_s(t) - y_s(t-1)) + \frac{c}{2\delta t} y_s(t-1) \right) \\ z_s(t+1) = \frac{2\delta t^2}{2\delta m + c\delta t} \left(-K_s z_s(t) + F_{sp}(t) \cos \phi(t) + \frac{\delta m}{\delta t^2} (2z_s(t) - z_s(t-1)) + \frac{c}{2\delta t} z_s(t-1) \right) \end{cases} \quad (4.17)$$

La valeur de c est pour le moment fixée arbitrairement, mais elle pourrait être calculée en fonction de la viscosité de l'air, si l'on modélise les pertes du système par frottement dans l'air [Valette, 1988]. Il reste maintenant à déterminer l'effort exercé par le plectre sur la corde $F_{sp}(t)$ et l'angle de flexion $\phi(t)$ afin de pouvoir résoudre les équations.

4.3.4 Le modèle de plectre

L'intérêt de notre modèle réside dans la prise en compte de la géométrie réelle du plectre dans les équations. Pour commencer, puisque le mouvement de la corde est ramené au mouvement plan d'un tronçon de celle-ci, seule la géométrie de la poutre modélisant le plectre en contact avec la corde est à prendre en compte. Deux méthodes ont été envisagées : la première consiste à inclure dans les équations classiques de flexion d'une poutre la description géométrique du plectre, la seconde consiste à utiliser un modèle éléments finis du plectre, permettant d'approcher au mieux sa géométrie.

Modèle de poutre à section variable

La méthode et les hypothèses utilisées pour établir le modèle de flexion du plectre sont proches de celles exposées dans [Perng, 2012]⁵. Nous rappelons ici les hypothèses utilisées :

- le matériau du plectre est élastique et isotrope,
- la largeur W de la poutre est constante,
- la hauteur h de la poutre est variable,
- le plectre est sollicité en flexion pure dans un plan,
- la flexion est causée par une force ponctuelle,
- les frottements entre le plectre et la corde sont négligés,
- les déformations et les contraintes locales restent faibles au sein du plectre.

L'absence de frottement entre la corde et le plectre implique que la direction de l'effort ponctuel \vec{F}_{sp} est toujours normale à la fibre neutre du plectre. L'hypothèse sur les déformations et les contraintes locales permet d'effectuer des approximations dans les calculs qui restent valables dans le cas de petites déformations et de grands déplacements. La figure 4.9 présente le plectre encastré dans le sautereau.

Nous cherchons maintenant à établir les équations de flexion d'un plectre en fonction de sa géométrie. Nous commençons donc par isoler un tronçon de poutre de longueur initiale dl pour effectuer le bilan des actions mécaniques s'exerçant sur celui-ci, comme le montre la figure 4.10. Les actions exercées sur ce tronçon sont le moment en O , $-\vec{M}$, l'effort \vec{F} sur la face de gauche, le moment $\vec{M} + d\vec{M}$ en O' et l'effort \vec{F} sur la face de droite. Nous notons $d\phi$ l'angle formé entre les deux faces du tronçon. Étant donné que l'on suppose un faible état de déformation au sein du plectre, l'angle $d\phi$ est très faible. Nous pouvons ainsi supposer que la fibre neutre est rectiligne et dirigée par le vecteur unitaire \vec{t} . Nous complétons le repère de Frenet attaché à la fibre neutre en construisant un vecteur \vec{n} normal à \vec{t} . Par définition, nous avons donc :

5. Section 2.4, page 27.

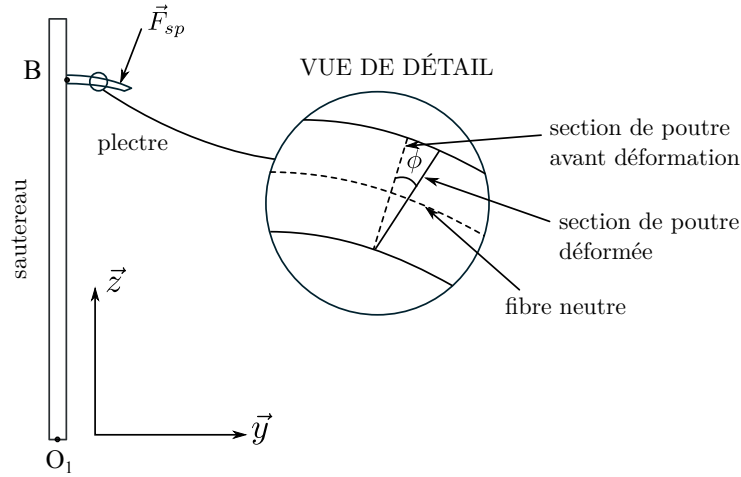


Fig. 4.9 Schéma du modèle mécanique du plectre. L'angle ϕ est le même angle que celui défini dans la figure 4.8. Il s'agit de l'angle de flexion de la fibre neutre du plectre.

$$\vec{n} = \frac{\frac{d\vec{t}}{dl}}{\left\| \frac{d\vec{t}}{dl} \right\|} \quad (4.18)$$

Le dernier vecteur du repère est calculé par le produit vectoriel $\vec{n} \wedge \vec{t} = \vec{x}$.

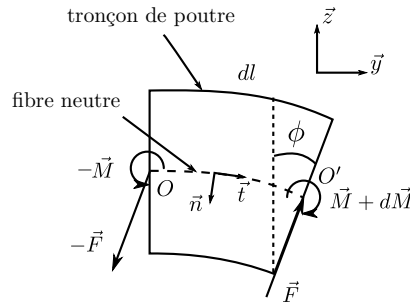


Fig. 4.10 Tronçon de poutre en équilibre quasistatique

En écrivant maintenant la somme des moments exercés sur le tronçon de plectre au point O , nous obtenons :

$$\begin{aligned} -\vec{M} + \vec{M} + d\vec{M} + dl\vec{t} \wedge \vec{F} &= \vec{0} \\ \Rightarrow \frac{d\vec{M}}{dl} &= \vec{F} \wedge \vec{t} \end{aligned} \quad (4.19)$$

Les hypothèses de départ permettent de simplifier directement le membre de droite de l'équation 4.19. En effet, comme nous supposons que l'effort de flexion \vec{F}_{sp} est normal à la fibre neutre, l'étude de l'équilibre des tronçons successifs de la poutre permet de montrer que $\vec{F} = \vec{F}_{sp} = F_{sp}\vec{n}$. Nous avons donc $\vec{F} \wedge \vec{t} = F_{sp}\vec{n} \wedge \vec{t} = F_{sp}\vec{x}$. Pour exprimer le moment $\vec{M}' = \vec{M} + d\vec{M}$, nous suivons la méthode décrite dans [Perng, 2012], et nous considérons que le moment \vec{M}' exprimé en O'

résulte de la somme des moments $d\vec{M}'$ exercés par chaque filament en état de traction ou de compression autour de la fibre neutre, comme le montre la figure 4.11.

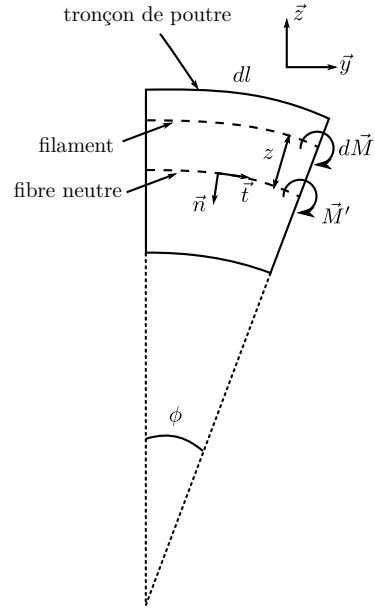


Fig. 4.11 Calcul du moment M' , résultante des moments élémentaire $d\vec{M}'$ de chaque filament du tronçon de plectre.

Le moment $d\vec{M}'$ calculé en O' s'exprime comme le produit d'une force élémentaire $d\vec{F}_n$ par la distance entre le filament et la fibre neutre :

$$d\vec{M}' = -z\vec{n} \wedge d\vec{F}_n \quad (4.20)$$

La force $d\vec{F}_n$ provient de l'état de déformation du filament. La contrainte au sein de celui-ci est $\sigma_n \vec{t} = \frac{dF_n}{dS} \vec{t}$, où $dS = Wdz$ est la section du filament. L'élongation du filament de longueur initiale dl étant $z d\phi$, nous pouvons écrire :

$$d\vec{F}_n = E \frac{z d\phi}{dl} dS \vec{t} \quad (4.21)$$

où E est le module de Young du matériau du plectre. Le moment exercé par le filament en O' est alors :

$$\begin{aligned} d\vec{M}' &= -E z^2 \frac{d\phi}{dl} dS \vec{n} \wedge \vec{t} \\ d\vec{M}' &= -E z^2 \frac{d\phi}{dl} dS \vec{x} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Il ne reste plus qu'à sommer les moment $d\vec{M}'$ pour obtenir le moment \vec{M}' :

$$\vec{M}' = \int d\vec{M}' = -E \left(\int z^2 dS \right) \frac{d\phi}{dl} \vec{x} \quad (4.23)$$

La quantité $\int z^2 dS$ est le moment quadratique d'inertie du tronçon de poutre au point O' , que l'on note I_l . Cette quantité dépend de la variable l , et permet de prendre en compte la

variation de la hauteur h du plectre sur sa longueur. En un point d'abscisse curviligne l du plectre, sa valeur⁶ est $I_l = \int_{h/2}^{h/2} z^2 W dz = \frac{h(l)^3 W}{12}$.

En reprenant l'équation 4.19 et en substituant le membre de gauche par le résultat obtenu dans l'équation 4.23, et en projetant dans la direction \vec{x} , nous obtenons l'équation de flexion du plectre :

$$\frac{d}{dl} \left(-EI_l \frac{d\phi}{dl} \right) = F_{sp} \quad (4.24)$$

Le plectre est encastré en $l = 0$ et d'extrémité libre en $l = L$, les conditions aux limites permettant de résoudre l'équation 4.24 s'écrivent donc :

$$\begin{cases} \frac{d\phi}{dl}(L) = 0 \\ \phi(0) = 0 \end{cases} \quad (4.25)$$

Le calcul de la primitive de F_{sp} en fonction de l donne :

$$\begin{aligned} \int_L^l \frac{d}{dl} \left(-EI_l \frac{d\phi}{dl} \right) dl &= \int_L^l F_{sp} dl \\ EI_l \frac{d\phi}{dl} dl &= F_{sp}(L - l) \end{aligned} \quad (4.26)$$

Puis nous procédons à une seconde intégration selon l et nous obtenons :

$$\begin{aligned} \int_0^l \frac{d\phi}{dl} dl &= \int_0^l \frac{F_{sp}(L-l)}{EI_l} dl \\ \phi(l) &= \frac{F_{sp}}{E} \int_0^l \frac{L-l}{I_l} dl \end{aligned} \quad (4.27)$$

Dans le cas où I_l est constant par morceaux sur toute la longueur du plectre, le calcul de ϕ est possible analytiquement. La forme du plectre est donc prise en compte pour chaque pas de calcul. Pour les autres cas, ϕ est calculé numériquement, en remplaçant l'intégrale de l'équation 4.27 par une somme discrète, et ainsi le plectre est approché par une poutre de section I_l variant à chaque pas de calcul.

Enfin, les coordonnées (y_p, z_p) des points de la déformée du plectre se calculent de la manière suivante :

$$\begin{cases} y_p = \int \sin \phi dl \\ z_p = \int \cos \phi dl \end{cases} \quad (4.28)$$

Cette formulation permet de respecter l'hypothèse de grands déplacement et a déjà été utilisée dans le modèle présenté dans [Perng, 2012].

6. Ce calcul suppose que le plectre est symétrique par rapport à la fibre neutre.

Modélisation par éléments finis

L'utilisation d'un modèle éléments finis permet de s'affranchir du modèle de poutre, de prendre en compte à chaque pas du calcul la géométrie réelle du plectre et d'imposer des conditions aux limites plus réalistes. Un exemple de modélisation par éléments finis⁷ est donné dans la figure 4.12. Celui-ci est composé d'éléments finis triangulaires à 6 noeuds, dans l'hypothèse de contraintes planes, la largeur du plectre étant considérée négligeable devant sa longueur. Les éléments finis triangulaires à 6 noeuds utilisent des fonctions d'interpolation de degré 2, et permettent ainsi d'obtenir une solution plus précise.

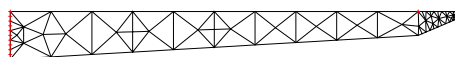


Fig. 4.12 Schéma du modèle éléments finis du plectre.

La simulation par éléments finis est plus délicate à mettre en œuvre que le modèle de poutre analytique. En effet, le maillage de la partie du plectre en éléments finis au contact de la corde doit concorder avec la résolution spatiale des autres modèles analytiques, afin d'avoir le même nombre de pas de calcul dans la simulation. Pour ce chapitre, la géométrie du modèle éléments finis correspond à celle utilisée pour le modèle de poutre, afin de comparer les solutions obtenues avec le modèle analytique.

4.4 Simulation du modèle

Des simulations ont été lancées pour comparer les résultats issus du modèle présenté au modèle de Perng [Perng, 2012], pris comme référence. Nous commençons par mesurer les différents paramètres du système, puis nous détaillons la forme des plectres utilisées dans les simulations. Leurs dimensions ne sont que des estimations obtenues à partir de photographies, et la valeur du module de Young E est celle utilisée lors d'une étude précédente [Chadefaux *et al.*, 2013b]. Les simulations sont aussi destinées à être comparées à des données expérimentales recueillies sur le clavecin du laboratoire, au chapitre 5. Ces valeurs estimées vont donc être ajustées afin de faire correspondre les résultats de simulation aux mesures, dans le but de les comparer. Nous analysons donc l'influence de la variation de ces paramètres sur les résultats de simulation.

4.4.1 Identification des paramètres du système

Les paramètres du système, *i.e.* les inerties et les masses des différents éléments ont été mesurés. L'inertie de la touche en particulier a été estimée avec la méthode du pendule⁸ proposée dans [Lozada, 2007]. Les paramètres du plectre, en revanche ont été repris d'une étude précédente [Chadefaux *et al.*, 2013b], au cours de laquelle le module de Young a été estimé par

7. avec le logiciel Cast3m

8. Il s'agit de suspendre la touche de masse m en un point O à un fil sans raideur, de longueur l , et de mesurer la période des oscillations du pendule ainsi créé. L'inertie I_G de la touche en son centre de gravité G est liée à la période du pendule T par la relation $I_G = mgl(\frac{T}{2\pi})^2 - ml^2$.

Paramètre	Valeur	Description
a_k	$2.10 \times 10^{-1} \text{ m}$	$O_k \vec{O}_j \cdot \vec{x}_k$
l_k	$1.50 \times 10^{-1} \text{ m}$	$O_k \vec{A} \cdot \vec{x}_k$
c_k	$3.28 \times 10^{-2} \text{ m}$	$O_k \vec{G}_k \cdot \vec{x}_k$
m_k	$4.78 \times 10^{-2} \text{ kg}$	masse de la touche
m_j	$4.93 \times 10^{-3} \text{ kg}$	masse du sautereau
I_{zk}	$4.0 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	inertie de la touche par rapport à l'axe $O_k \vec{z}_k$
K_s	$1.45 \times 10^3 \text{ N/m}$	raideur de la corde

Table 4.1 *Identification des paramètres du modèle. Il s'agit principalement des paramètres du modèle de touche qui correspondent à l'utilisation de la touche n° 37 du clavecin du laboratoire. Les paramètres des plectres sont données séparément, dans la table 4.2*

comparaisons itératives d'un modèle de poutre par rapport à une déformée du plectre filmée expérimentalement. L'inertie du plectre a été calculée de manière théorique, en supposant le matériau homogène et ayant une géométrie régulière en forme de trapèze. Une piste pour améliorer cette estimation serait d'utiliser une reconstruction en trois dimensions du plectre avec la méthode⁹ décrite dans [Mirtich, 1995]. Les valeurs mesurées sont données dans la table 4.1.

4.4.2 Formes des plectres

Les formes des plectres sont obtenues à partir de photographies prises avec un microscope. Elle sont volontairement simplifiées pour avoir une meilleure compréhension des paramètres influençant la trajectoire de la corde. La figure 4.13 présente la forme générique simplifiée retenue pour les plectres et ses différents paramètres de contrôle.

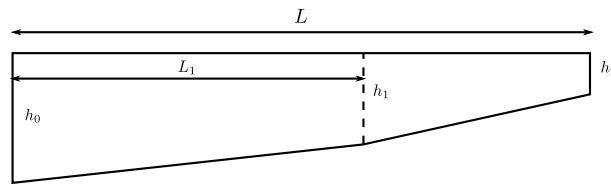


Fig. 4.13 *Forme générique des plectres.*

Cinq paramètres permettent d'ajuster la forme du plectre : h_0 , h_1 , h_2 , qui sont respectivement les épaisseurs du plectre au point d'encastrement, à la longueur L_1 et à la longueur L . La forme

9. Cette méthode consiste à calculer l'inertie d'un solide, dont la répartition des masses est supposée uniforme, à partir de son modèle CAO. Le calcul exact de l'inertie est ramené après plusieurs transformations au calcul algébrique de l'aire des facettes du solide, orientée par leur vecteur normal. Cette méthode a été conçue pour être exacte et de calcul rapide.



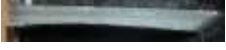


	h_0 [mm]	h_1 [mm]	h_2 [mm]	L_1 [mm]	L [mm]	photo
plectre 1	0,43	0,40	0,039	3,1	3,5	
plectre 2	0,48	0,48	0,019	3,0	3,4	
plectre 3	0,43	0,48	0,019	2,8	2,9	
plectre 4	0,46	0,45	0,059	2,9	3,5	
plectre 5	0,46	0,46	0,46	2,9	3,5	

Table 4.2 Paramètres de chacun des plectres. Les paramètres sont référencés dans la figure 4.13. Nous rappelons les photographies du chapitre 5 à côté des paramètres des modèles approchés des plectres.

des différents plectres est donnée par la table 4.2. Cette forme spécifique a été choisie car elle est assez simple, elle approche l'ensemble des plectres étudiés de manière satisfaisante et elle présente l'intérêt de paramétrer le geste du luthier.

4.4.3 Influence de l'amortissement de la corde c

Nous souhaitons étudier l'influence du paramètre c utilisé pour stabiliser le modèle numérique du déplacement de la corde (voir § 4.3.3), puisqu'il a été choisi arbitrairement, et suffisamment petit pour n'avoir aucune influence sur le résultats du modèle. Nous avons utilisé un graphique similaire à celui utilisé dans [Griffel, 1994], qui représente l'évolution de l'amplitude de vibration maximale A_s de la corde en fonction de la vitesse du sautereau V_j (voir figure 4.14). Les valeurs de c sont celle utilisée dans les simulations ($c = 0,01$) et la valeur 10 fois supérieure ($c = 0,10$). L'amplitude maximale est calculée comme la distance de lâcher de la corde par rapport à sa position de repos $A_s = \sqrt{y_s^2 + z_s^2}$ et la vitesse du sautereau V_j est rapportée à la vitesse de glissement de la corde sur le plectre $2\pi L_p f_0$, qui donne une variable $\gamma = \frac{V_j}{2\pi L_p f_0}$ adimensionnée, comme dans l'article [Griffel, 1994].

Nous constatons que pour un faible amortissement c , nous retrouvons l'allure et l'amplitude de la figure 4.4 et que son augmentation change très nettement le comportement de l'amplitude A_s dans le domaine des vitesses élevées, qui ne correspondent pas aux vitesses de jeu usuelles. L'amortissement $c = 0.01$, qui est choisi pour les simulations, ne modifie pas les résultats pour les faibles vitesses, vis-à-vis des modèles de la littérature.

4.4.4 Influences des paramètres de la simulation

Nous souhaitons dans ce paragraphe observer l'évolution des résultats de simulation, lors de l'ajustement des paramètres estimés du plectre et de la corde, à l'aide de trois graphiques : (A) la trajectoire de la corde au contact du plectre (y_s, z_s) , (B) la caractéristique force / enfoncement de la touche au point d'appui du robot et (C) la déformée du plectre (y_p, z_p) .

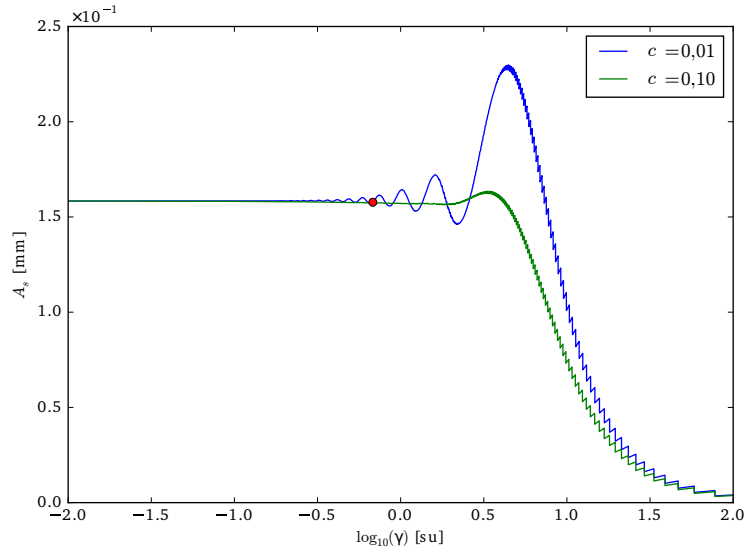


Fig. 4.14 Évolution de l'amplitude de vibration maximale de la corde en fonction de la vitesse du sautereau. La courbe bleue a été obtenue pour une valeur d'amortissement $c = 0,01$ et la courbe verte correspond à $c = 0,10$. Le point rouge correspond à la vitesse de jeu usuelle d'un claveciniste [Chadefaux et al., 2013b].

Les paramètres qui ont une influence sur la déformation du plectre sont les paramètres contrôlant sa géométrie (L_1 , h_0 , h_1 , h_2), son module de Young E et la raideur K_s de la corde. Les dimensions des plectres ont été mesurés d'après les photographies présentées dans la table 4.2, mais leur géométrie sont fortement irrégulières, contrairement à celle que nous utilisons dans notre modèle. Il est donc nécessaire d'ajuster les paramètres mesurés pour pouvoir comparer les résultats de simulation aux mesures sur le clavecin.

Afin de rendre cet exposé plus clair, nous choisissons d'observer les courbes (A), (B), et (C) pour deux valeurs de paramètres, en supposant que la transformation d'un résultat vers l'autre est continue. Les valeurs testées pour les dimensions des plectres L_1 , h_0 , h_1 , h_2 et la raideur de la corde K_s encadrent les valeurs estimées dans la table 4.2. Dans le cas du module de Young E , nous testons les deux valeurs extrêmes rencontrées dans la littérature pour le *delrin*. Toutes les simulations ont été effectuées pour une vitesse de montée de sautereau $V_j = 0,10$ m/s.

Influence du module de Young E

Le module de Young E permet d'agir sur l'amplitude de la trajectoire de la corde et de l'effort d'appui sur la touche. Plus E est élevé, plus l'amplitude du déplacement de la corde augmente, comme le montre la figure 4.15. En revanche, l'influence sur la déformée de la fibre neutre du plectre (y_p , z_p) est plus limitée. Nous constatons que le déplacement de l'extrémité du plectre est plus faible quand le module de Young est plus élevé, ce qui est en accord avec l'intuition, car le plectre est alors plus raide.

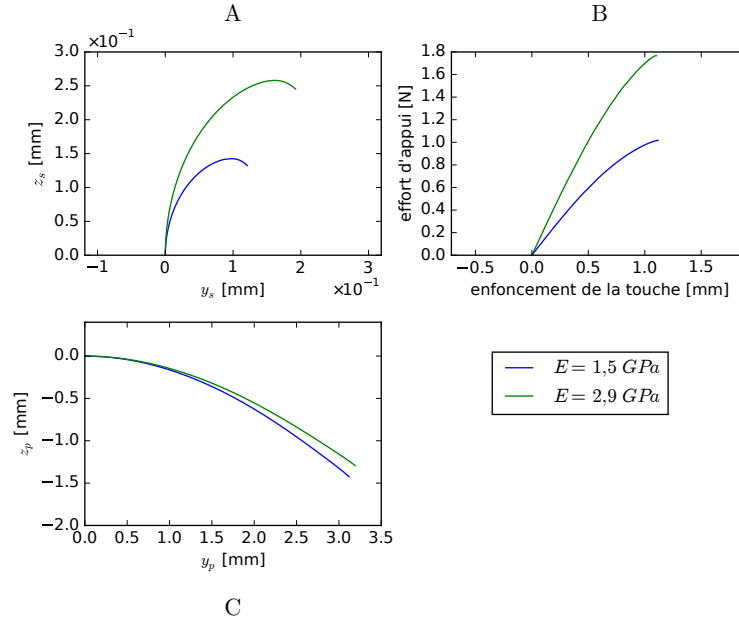


Fig. 4.15 Influence du module de Young E . Deux valeurs de E sont testées, dans les limites trouvées pour le delrin [Perng, 2012, Chadeaux et al., 2013b].

Influence de la tension de la corde K_s

La tension de la corde K_s influence beaucoup l'amplitude du déplacement de la corde mais relativement peu l'effort de touche, comme le montre la figure 4.16. La faible différence entre les efforts obtenus pour les deux valeurs de tension s'explique par la différence de déplacement : leur rapport est équivalent à celui des deux raideurs (environ 10). La force de rappel est alors équivalente dans les deux cas (environ 1 N), ainsi que la déformation de la fibre neutre.

Influence des épaisseurs des plectres h_0 , h_1 , et h_2

L'influence de h_0 est identique à celle du module de Young E , comme le montre la figure 4.17. En effet, une variation de h_0 a le même effet qu'une variation de E : quand h_0 augmente, cela a pour effet de raidir le plectre, et nous constatons une modification de la solution du même ordre de grandeur que dans la figure 4.15.

La modification du paramètre h_1 permet de contrôler la déformée de la fibre neutre : nous voyons bien sur la figure 4.18 que le déplacement de l'extrémité du plectre n'est pas modifiée entre les deux cas mais que lorsque $h_1 = \frac{h_0}{2}$, la courbure du plectre est plus grande. Cela a un impact sur la trajectoire de la corde qui est alors plus courbée elle aussi. Nous voyons ici l'un des effets les plus notables de la variation de géométrie du plectre : quand celle-ci est proche d'une poutre de section rectangulaire ($h_1 = h_0$), la trajectoire présente peu cette courbure caractéristique qui a été observée expérimentalement dans le chapitre 5 (voir fig. 5.10).

Le paramètre h_2 est celui ayant le plus d'influence sur la courbure de la trajectoire de la corde. En effet, la figure 4.19 montre que les résultats des deux simulations sont assez proches jusqu'au moment où la corde arrive à l'extrémité du plectre. Le moment quadratique d'inertie

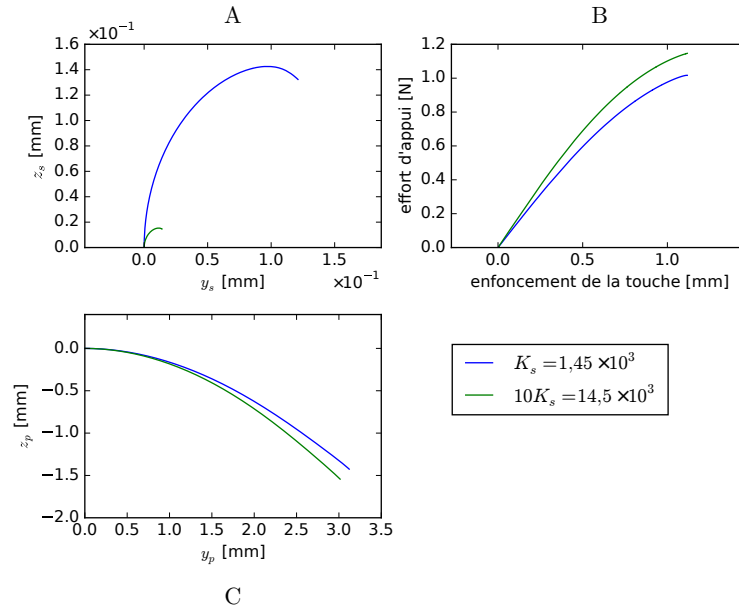


Fig. 4.16 Influence de la tension de la corde K_s . Les deux valeurs de K_s sont choisies volontairement éloignées pour observer l'effet d'une erreur d'estimation de K_s sur les résultats du modèle.

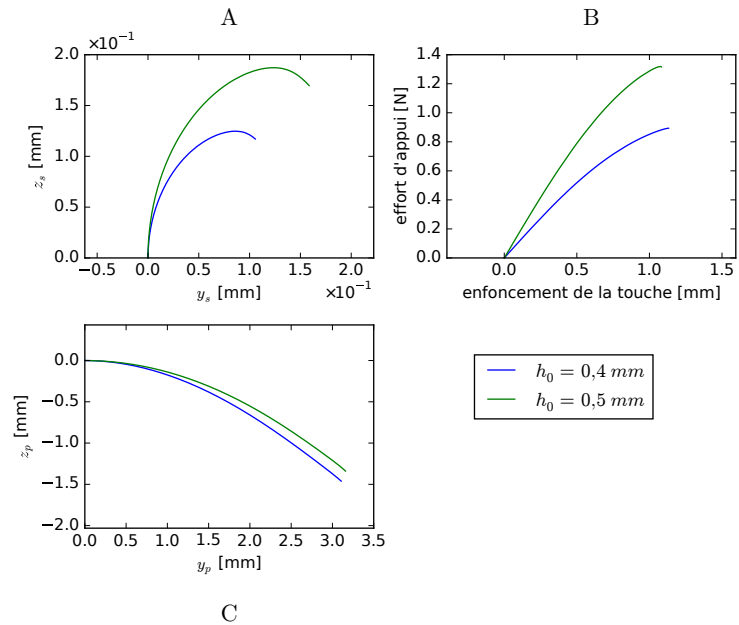


Fig. 4.17 Influence de l'épaisseur h_0 . Les deux valeurs choisies pour h_0 encadrent les valeurs mesurées de la table 4.2.

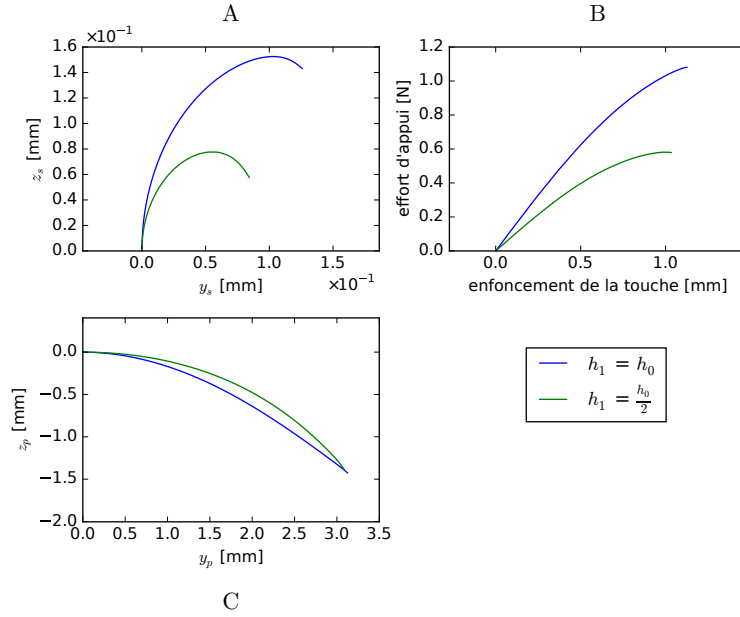


Fig. 4.18 Influence de l'épaisseur h_1 . La valeur de h_0 pour le plectre utilisé est $h_0 = 0,43$ mm, ce qui donne pour les deux valeurs de h_1 : $h_1 = h_0 = 0,43$ mm et $h_1 = \frac{h_0}{2} = 0,22$ mm.

I_l devient alors tellement faible à cet endroit que la trajectoire de la corde, et dans une moindre mesure l'effort d'appui sur la touche, présentent une courbure caractéristique des observations expérimentales.

Influence de L_1

L'influence de L_1 , la longueur entre le point d'encastrement du plectre et le point où l'épaisseur vaut h_1 , se fait sentir sur la trajectoire de la corde, l'effort d'appui sur la touche et la déformée du plectre, comme le montre la figure 4.20. Plus le passage de l'épaisseur h_0 à l'épaisseur h_1 est rapide ($L_1 = \frac{L}{2}$), plus les courbures présentées par la trajectoire de la corde, la déformée du plectre et l'effort d'appui sont importantes. De plus, l'effort d'appui est plus faible dans ce cas. Cela s'explique par le fait que l'inertie du plectre diminue plus rapidement et que la flexion du plectre devient plus important que la montée imposée par le sautereau.

Bilan

Nous avons pu constater dans cette section que les paramètres E , K_s , L_1 , h_0 , h_1 et h_2 avaient chacun une influence sur l'ensemble des courbes de référence du modèle (A), (B) et (C). Nous notons que la variation du paramètre h_2 fait apparaître une courbure sur la trajectoire de la corde peu avant l'instant de lâcher, ce qui n'était prévu par aucun modèle jusqu'à présent.

4.4.5 Comparaison aux modèles de la littérature

Les modèles de la littérature [Griffel, 1994], [Giordano et Winans II, 1999] ont été comparés dans [Perng, 2012], où le plectre possède une forme rectangulaire, *i.e.* avec les paramètres de

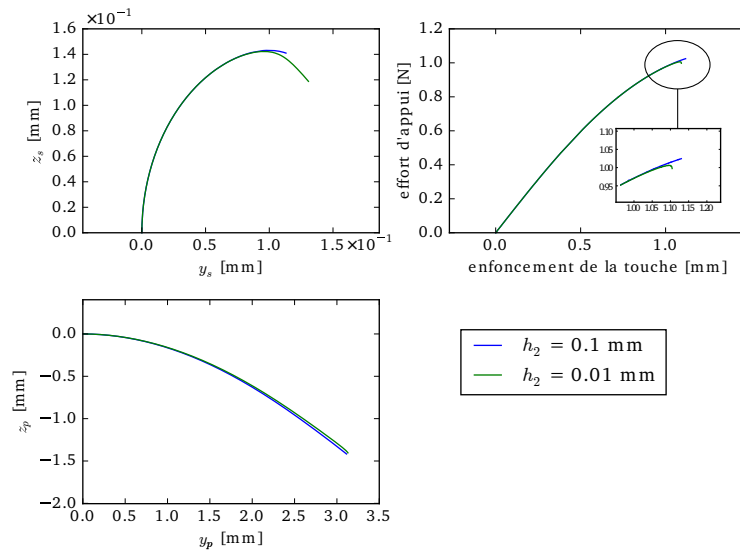


Fig. 4.19 Influence de l'épaisseur h_2 . Les deux valeurs choisies pour h_0 encadrent les valeurs mesurées de la table 4.2.

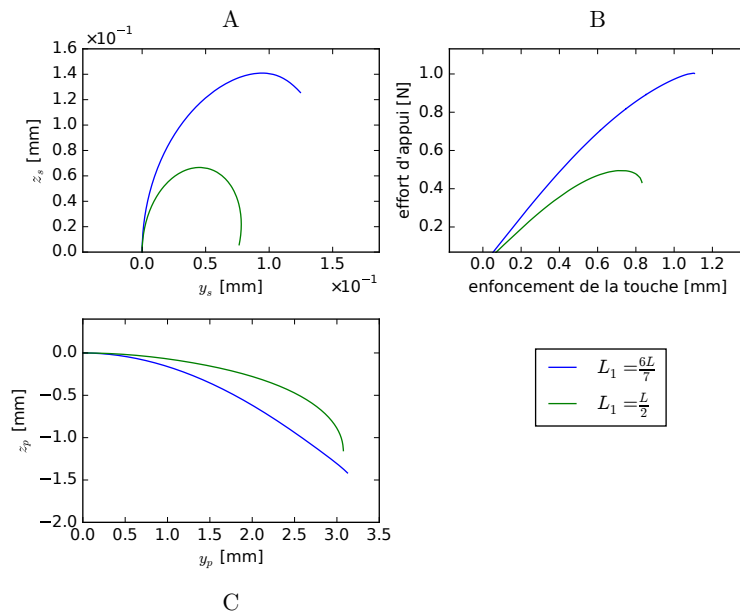


Fig. 4.20 Influence de la longueur L_1 . Les deux valeurs choisies pour h_0 encadrent les valeurs mesurées de la table 4.2

la figure 4.13 $L_1 = L$ et $h_0 = h_1 = h_2$. Le travail de ce dernier a permis de conclure que l'utilisation d'un modèle de poutre en grands déplacement et d'équations tronquées par un développement limité à l'ordre 2 pour le calcul de la déformée du plectre au cours du temps permettait une modélisation plus précise de l'interaction plectre / corde. Nous poursuivons dans cette voie et comparons les résultats du modèle développé dans ce chapitre à ceux du modèle de [Perng, 2012], simulés tous deux avec des paramètres similaires. Par exemple, l'épaisseur du plectre dans le modèle de [Perng, 2012] est la moyenne de l'épaisseur variable utilisée dans notre modèle. Nous avons fait en sorte que l'inertie des plectres soit la même dans chaque cas, afin que la différence entre les résultats provienne uniquement de la différence de géométrie entre eux et de la méthode de calcul de la déformée. La figure 4.21 montre les résultats de ces simulations. La courbe bleue correspond au modèle de [Perng, 2012], la courbe verte correspond à notre modèle, qui diffère du modèle précédent par la prise en compte de la variation de section du plectre dans le modèle de poutre. Nous constatons que les déformées des plectres sont presque identiques, sauf à l'extrémité libre, où la section plus fine raidit le plectre d'épaisseur variable, comme nous le voyions déjà dans la figure 4.19. Cette légère différence est à l'origine de la courbure observée sur la trajectoire de la corde et la caractéristique force / enfoncement, juste avant le lâcher de la corde. Les amplitudes du mouvement de la corde ainsi que de l'effort d'appui sur la touche sont plus élevés avec notre modèle, ce qui s'explique par un plectre qui est globalement moins raide que celui du modèle [Perng, 2012]. Nous constatons que notre modèle offre plus de degrés de liberté pour approcher les données expérimentales, paramétrer le geste du luthier et ainsi mieux reproduire les phénomènes mis en jeu lors de l'interaction qui a lieu entre la corde et le plectre.

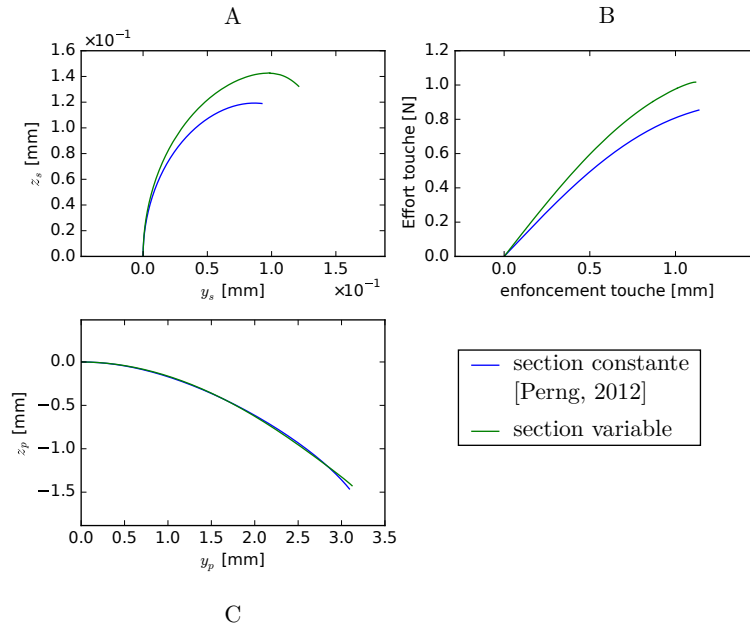


Fig. 4.21 Comparaison des résultats du modèle avec le modèle [Perng, 2012].

4.5 Bilan

Ce chapitre décrit la mise au point d'un modèle d'interaction entre le plectre et la corde de clavecin, depuis l'instant où le musicien commence à appuyer sur la touche jusqu'à l'instant où la corde n'est plus au contact du plectre. Ce modèle reprend les modélisations de la littérature les plus récentes pour décrire la déformation du plectre et le mouvement de la corde. Elle ajoute la description mécanique de la touche afin de relier l'effort de contact exercé par la corde sur le plectre à l'effort d'appui que le musicien impose à la touche.

La mesure des paramètres étant délicate et soumise à de fortes incertitudes de mesures, les résultats de simulations sont ajustés aux données expérimentales. Nous constatons que la prise en compte de la variation d'épaisseur du plectre donne plus de degrés de liberté pour ajuster le modèle aux mesures, contrairement aux modèles présents dans la littérature. La géométrie choisie pour le plectre est basée sur des photographies de plectres réels, et permet de rendre compte en partie du geste du luthier.

L'influence de l'ajustement de ces paramètres sur les résultats de simulation sont ensuite étudiés, à l'aide de trois graphiques : la trajectoire de la corde au contact du plectre, la déformation finale du plectre et la caractéristique force / enfoncement au niveau de la touche. Nous observons en particulier que la prise en compte d'une variation de géométrie, qui est l'innovation que nous apportons aux modèles déjà présents dans la littérature, fait apparaître une courbure sur la trajectoire de la corde peu avant l'instant de lâcher. L'objet du prochain chapitre est de présenter l'expérience que nous avons menée sur le clavecin, dans le but de comparer nos résultats à des données expérimentales.

Étude expérimentale du clavecin

5.1 Présentation

Nous cherchons à comprendre sur un clavecin du laboratoire l'effet de différentes harmonisations sur l'effort d'enfoncement d'une touche, tel qu'il est ressenti par l'instrumentiste, et les conditions initiales de vibration de la corde résultantes. Les cas d'harmonisation que nous avons choisi d'explorer diffèrent uniquement par la géométrie des plectres. L'étude expérimentale permet alors de valider un modèle du mécanisme de pincement des cordes (voir chapitre 4) pour prévoir la réponse d'un plectre ancien en connaissant uniquement son matériau et sa géométrie.

5.1.1 Travail réalisé

Nous présentons dans ce chapitre l'expérience menée sur le clavecin du laboratoire. Il s'agit d'un instrument de dimensions classiques, réalisé par un facteur selon les techniques des écoles flamandes. Il ne possède qu'un seul clavier et un jeu de cordes de 8'. Les sautereaux sont en plastique (modèles Zuckerman), et les plectres étudiés sont en delrin. Après un état de l'art des études expérimentales et théoriques conduites sur le clavecin, puis une présentation des instruments de mesure et de leur calibrage, nous utilisons le robot d'étude conçu au chapitre 2 avec le capteur d'effort décrit au chapitre 3 pour appuyer sur la touche n°37 de l'instrument, avec des conditions d'excitation particulières. Nous comparons enfin l'influence de la forme du plectre et de la vitesse de montée du sautereau sur l'enfoncement de la touche, l'effort d'appui sur la touche et les conditions initiales de vibrations de la corde.

5.1.2 État de l'art

Les premières études mécaniques et acoustiques du clavecin au début du 20^e siècle ont été menées dans le but de comprendre les étapes de la facture de l'instrument et les paramètres de contrôle du son produit. Les études générales se sont d'abord principalement concentrées sur les éléments importants de l'instrument : la table d'harmonie, la caisse de résonance et les cordes utilisés dans sa fabrication [Fletcher, 1977]. Dès le début, un dialogue s'installe entre les scientifiques et les facteurs d'instrument, comme en témoigne l'article [Spencer, 1981], dans lequel les résultats de recherche sont exposés dans un langage clair, sans que le propos soit appuyé par des formules mathématiques. Cette démarche permet de profiter du savoir-faire et de l'avis des artisans, tout en leur offrant une meilleure compréhension des phénomènes physiques

en jeu dans les instruments qu'ils réalisent. Par la suite, les études portant sur le clavecin sont souvent liées à des problématiques techniques de facture. Des études ont permis de redécouvrir, par exemple, le rôle mécanique de certains éléments supposés uniquement décoratifs, comme la présence d'une rosace sur les tables d'harmonie [Arakawa, 2004]. La problématique de la restauration de clavecins anciens et de leur conservation motive aussi de nombreux sujets de recherche sur les différents éléments de cet instrument : la position et le rôle des barrages sous la table d'harmonie et les modes de vibrations de la caisse de résonance ont été analysés par des méthodes non invasives, afin de mettre en place des solutions de réparations pour des instruments abîmés par le temps. Certains auteurs proposent d'utiliser l'interférométrie laser [Bryanston-Cross et Gardner, 1988] pour mesurer la réponse vibratoire de l'instrument en fonction des notes jouées, ce qui a pour avantage de ne nécessiter aucun contact avec l'instrument, mais pose un inconvénient majeur pour les conservateurs, car jouer un instrument du patrimoine est souvent impossible. Une autre méthode a donc été mise au point, en utilisant un marteau d'impact soigneusement asservi, pour effectuer des analyses modales précises par la méthode d'holographie acoustique en champ proche [Le Moyne *et al.*, 2008, Le Moyne *et al.*, 2012].

La recherche des sonorités des instruments du passé, bien souvent impossibles à jouer à cause de leur trop grande ancienneté est un problème de plus en plus étudié. Des modèles de synthèse sonore sont mis au point pour recréer les sons des clavecins de manière efficace avec les modèles numériques de propagation des ondes [Välimäki *et al.*, 2004]. D'autres modèles s'attachent à l'estimation des conditions initiales des vibrations de la corde en étudiant l'interaction qui a lieu entre le plectre et la corde lors de la phase de pincement. Les études sur le plectre ont d'abord mis en œuvre des modèles simplifiés [Sloane, 1988], afin d'étudier l'influence de la largeur du plectre sur l'amplitude des vibrations de la corde. La condition initiale du mouvement généralement retenue et validée par l'expérience en situation de jeu [Chadefaux *et al.*, 2013b], est la montée du sautereau à vitesse constante. Les auteurs ont alors cherché à raffiner la modélisation du plectre de manière incrémentale, en partant de barres rigides articulées [Griffel, 1994], puis en intégrant la forme du plectre aux équations de mouvement de la corde [Giordano et Winans II, 1999], en simplifiant celle-ci par un polynôme de degré trois. Enfin, des modèles de poutre classique [Perng *et al.*, 2010] et un modèle de poutre possédant une variation de section [Chadefaux *et al.*, 2013b] ont été utilisés. Les modèles de pincement sont étudiés plus en détail dans le chapitre 4. Parmi ces travaux, seuls [Giordano et Winans II, 1999] proposent une validation expérimentale, celle-ci étant effectuée sur une touche isolée et non un vrai clavecin. Enfin, beaucoup de travaux se sont intéressés à l'effort de jeu dans le cas du piano [Hirschhorn, 2004], mais peu dans le cas du clavecin. La mesure de l'effort d'enfoncement de la touche est pourtant importante dans la compréhension de l'harmonisation et de la sensation de toucher de l'instrumentiste.

5.2 Expériences menées sur le clavecin

L'objectif du banc expérimental est l'étude de l'interaction qui a lieu entre la corde et le plectre de clavecin. Nous nous intéressons en particulier à la relation qui existe entre la géométrie du plectre, les conditions initiales de la vibration de la corde et la force exercée sur la

touche par le musicien pour jouer une note. Nous disposons pour cela d'un mécanisme d'excitation contrôlable, le robot décrit au chapitre 2 qui nous permet de contrôler l'enfoncement de la touche. La consigne envoyée au robot n'est pas une trajectoire de doigt mesurée sur un claveciniste, mais une trajectoire construite de manière à imposer au sautereau une vitesse de montée constante, afin de donner à l'instrument des conditions d'excitations similaires à celle du modèle de pincement du chapitre 4.

5.2.1 Présentation du banc expérimental

Le laboratoire dispose d'un clavecin sur lequel nous pouvons faire nos expériences. Elle sont réalisées sur la touche n° 37 de cet instrument, qui a été équipé de plusieurs capteurs. Le choix de cette touche a été guidé par l'étude précédente [Chadefaux *et al.*, 2013b], dans laquelle la touche 37 était déjà recommandée par le musicien qui participait à l'expérience. Afin d'analyser les conditions initiales de vibration de la corde et l'effort de jeu, nous choisissons d'enregistrer les quantités suivantes :

- la vitesse de montée du sautereau,
- la déformation du plectre,
- le déplacement de la corde,
- l'effort d'appui sur la touche,
- l'enfoncement de la touche,
- le son émis par l'instrument.

La vitesse de montée du sautereau est le paramètre d'entrée dans les simulations des modèles de la littérature [Griffel, 1994, Penttinen, 2006, Perng, 2012]. Une caméra rapide (*Phantom, MIRO Flex*) permet de filmer la montée du sautereau et la déformation du plectre lors de l'appui sur la touche. Afin de disposer d'une luminosité suffisante pour la prise de vue avec la caméra, la scène est éclairée par un projecteur à LED (*Dedolight, DLED9-T-90W*) ce qui permet de bénéficier d'un puissant éclairage qui possède l'avantage de chauffer très peu, évitant ainsi d'endommager la table d'harmonie du clavecin et les plectres.

Des fourches optiques¹ (*Omron, EE-SX1131*) permettent de mesurer le déplacement de la corde dans un plan perpendiculaire à sa longueur, selon la méthode développée dans [Le Carrou *et al.*, 2014].

Les signaux du capteur d'effort du robot sont enregistrés lors de son mouvement avec un conditionneur de jauge (*Vishay, 2120 B*), afin d'obtenir l'effort d'appui sur la touche.

L'enfoncement de la touche est mesuré par un capteur de déplacement optique (*Philtec, D171-Q*). Celui-ci envoie de la lumière sur la touche et mesure l'intensité lumineuse réfléchie par la touche. Pour des raisons de synchronisation du film de la caméra rapide avec les signaux précédemment cités, le trigger de la caméra est enregistré.

Trois vues de la manipulation sont présentées dans la figure 5.1. La vue A présente le clavier de l'instrument, la position du doigt robotisé par rapport au clavier de l'instrument, ainsi que

1. développées dans le cadre du stage d'Arthur Givois [Givois, 2013].

le capteur de déplacement de la touche, décrit plus loin ; la vue B est une vue de dessus du banc, où l'on peut voir la position relative des divers éléments importants (le robot, les fourches optiques et le projecteur), et enfin la vue C présente le pont de jauge et la caméra.

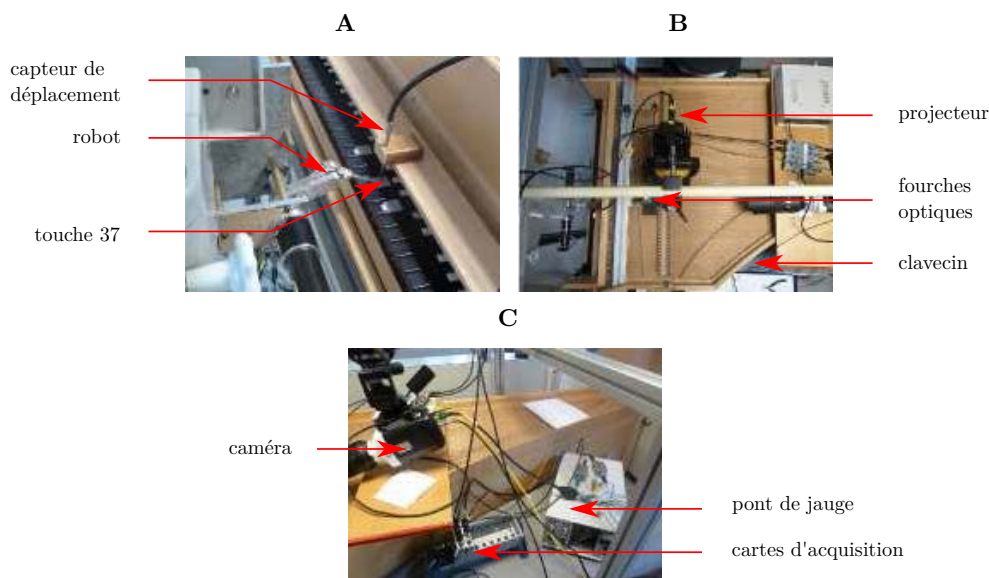


Fig. 5.1 Banc expérimental pour l'étude de l'harmonisation du clavecin. La figure A est un gros plan sur le robot, le clavier de l'instrument et le capteur de déplacement, la figure B est une vue de dessus de l'instrument, où l'on voit les fourches optiques et le projecteur pour éclairer la scène et la vue C montre l'arrière du clavecin, le pont de jauge et les cartes d'acquisition.

5.2.2 Calibrage des instruments de mesure

Les instruments de mesure utilisés pour l'expérience doivent être réglés et calibrés. Nous allons détailler ici les procédures employées pour les fourches optiques, le capteur d'enfoncement de la touche, la caméra et le capteur d'effort du robot, et le robot lui-même, qu'il faut positionner sur la touche de manière convenable.

Fourches optiques

Les fourches optiques sont des capteurs utilisés habituellement en fonctionnement binaire comme des interrupteurs. Le fonctionnement d'une fourche est le suivant : une LED émet de la lumière qui est reçue par un phototransistor. La tension délivrée par la fourche est alors proportionnelle à la quantité de lumière reçue par le phototransistor, qui varie en fonction des obstacles qui viennent se placer sur la trajectoire du faisceau lumineux. Un seuillage de la tension de sortie détermine alors l'état ouvert ou fermé de l'interrupteur. Dans le cas d'une corde de clavecin, nous pouvons transformer une fourche optique en capteur de déplacement analogique. Pour cela, nous choisissons une fourche dont le diamètre du faisceau lumineux est supérieur au diamètre de la corde. Nous supposons ensuite que lorsque la corde traverse le faisceau, son ombre recouvre une partie du récepteur, comme le montre la figure 5.2.

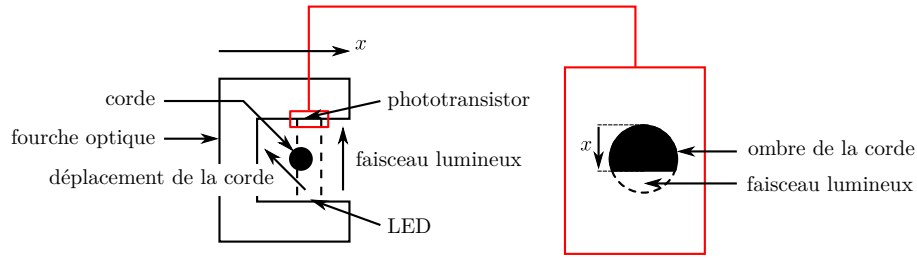


Fig. 5.2 Ombre portée d'une corde de clavecin sur le récepteur d'une fourche optique lorsqu'elle traverse le faisceau lumineux émis par la LED. Le déplacement x de l'ombre est la projection dans le plan de la figure du déplacement de la corde.

La tension de sortie de la fourche est alors proportionnelle au flux lumineux reçu par le phototransistor, et donc à la surface du récepteur qui n'est pas recouverte par l'ombre de la corde. La relation entre le déplacement de la corde et la tension de la fourche est [Le Carrou *et al.*, 2014] :

$$V(x) = (V_{max} - V_{min}) \left(1 - \frac{\gamma}{2} + \frac{\gamma}{\pi} \arcsin\left(\frac{x}{r}\right) + \frac{\gamma x}{\pi r} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{r}\right)^2} \right) + V_{min} \quad (5.1)$$

où x est le déplacement de la corde et r est le rayon du faisceau infrarouge émis par les fourches. La tension minimale absolue V_{min} est la tension renvoyée par les fourches lorsque le faisceau de la diode émettrice est coupé par un matériau totalement opaque. La tension maximale V_{max} est obtenue quand aucun obstacle ne se situe entre le récepteur et la diode émettrice. Il existe un minimum local $minV$ de la tension de la fourche, atteint quand la corde se situe au milieu du faisceau. Le rapport de ces différentes tensions définit le coefficient $\gamma = \frac{V_{max} - minV}{V_{max} - V_{min}}$. L'étendue de mesure du déplacement est limitée par le diamètre du faisceau émis par la LED. Afin de s'assurer que la mesure ne subit pas d'effets de saturation, et donc que la corde reste à l'intérieur du faisceau lumineux, nous la plaçons de manière à obtenir au repos la tension médiane $V = \frac{V_{max} + V_{min}}{2}$. Cette limitation impose d'avoir un débattement faible de la corde et donc de se placer près de ses points de fixation. Afin de mesurer le déplacement d'un tronçon de corde dans le plan (yOz) de la figure 5.3, deux fourches sont utilisées, l'une mesurant le déplacement horizontal de la corde (selon \vec{y}), l'autre mesurant le déplacement vertical de la corde (selon \vec{z}).

Dans les conditions de luminosité de la salle, en situation expérimentale, *i.e.* quand les projecteurs utilisés pour la caméra rapide sont allumés, les valeurs de ces paramètres sont données par la table 5.1. Nous obtenons ainsi la caractéristique de calibrage $V(x)$ de chaque fourche, comme le montre la figure 5.4, qui permet d'obtenir le déplacement de la corde à partir de la mesure de la tension aux bornes des fourches.

Caméra rapide

Nous utilisons une caméra rapide afin de mesurer le mouvement du sautereau et la déformation du plectre au cours du temps. Sa fréquence d'acquisition élevée nécessite d'utiliser beaucoup

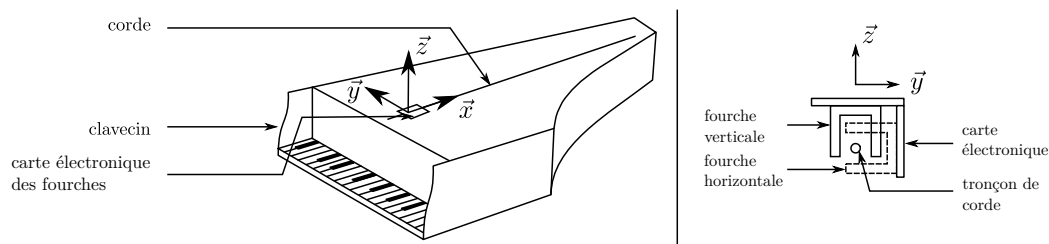


Fig. 5.3 Montage des fourches optiques sur la corde. La position du plan de mesure des fourches est indiquée sur le graphe de gauche et une vue de détail montre les fourches optiques ensemble ainsi que leurs directions de mesure.

Paramètre	Fourche horizontale	Fourche verticale
$minV$ [mV]	24,0	26,4
V_{min} [mV]	1,4	5,6
V_{max} [mV]	132,0	114,0

Table 5.1 Calibrage des fourches optiques

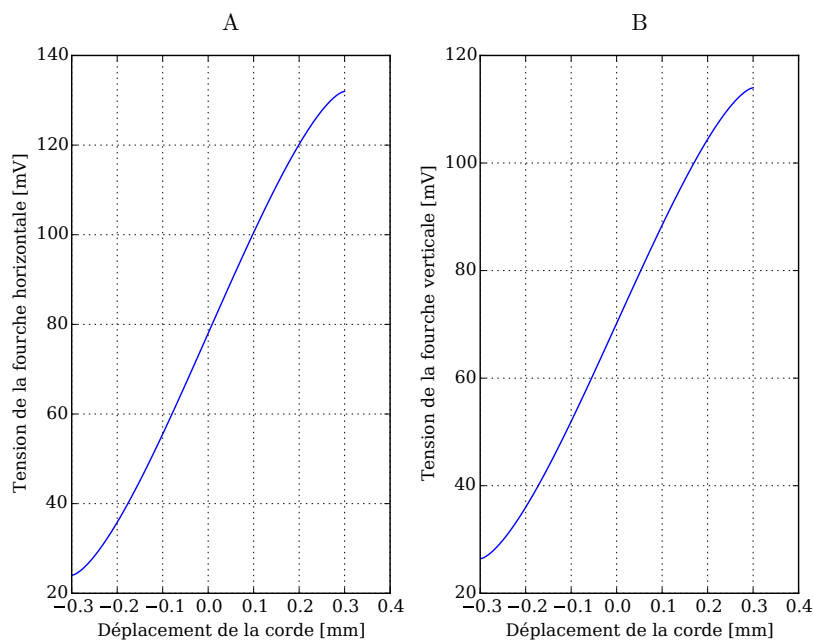


Fig. 5.4 Caractéristique déplacement / tension des fourches optiques. Le graphe A présente la courbe de calibrage de la fourche optique mesurant les déplacements horizontaux de la corde et le graphe B montre la caractéristique de la fourche mesurant les déplacements verticaux.

de lumière et d'être proche de la scène à filmer. Afin de pouvoir traiter les images enregistrées et convertir les mesures en pixels vers des longueurs réelles, il faut estimer les paramètres intrinsèques et extrinsèques de la caméra, ainsi que la qualité du calibrage, en suivant la méthode présentée dans l'annexe C. Nous trouvons après calibrage une erreur d'estimation moyenne de 0,74 pixels entre les points mesurés dans les images et ceux estimés par le modèle de la caméra, ce qui est satisfaisant pour nos mesures.

Pour estimer la position et l'orientation du sautereau et du plectre dans la scène que l'on veut filmer, une nouvelle image de l'échiquier est prise, dont les bords sont alignés sur le repère de l'instrument. Cette image sert alors de référence à l'algorithme, permettant de convertir les coordonnées des points de l'image en coordonnées dans le repère de l'instrument.

Capteur de déplacement

Le calibrage du capteur de déplacement à fibre optique est effectué en enfonçant manuellement et de manière progressive la touche n° 37 avec une vis de pas connu. La tension du capteur et l'enfoncement de la touche sont relevés à chaque pas d'enfoncement, sur un déplacement total de 10 mm. La courbe de calibrage de la figure 5.5 est linéaire ce qui permet de réduire la relation entre la tension mesurée et le déplacement à un gain de 6,60 V/m.

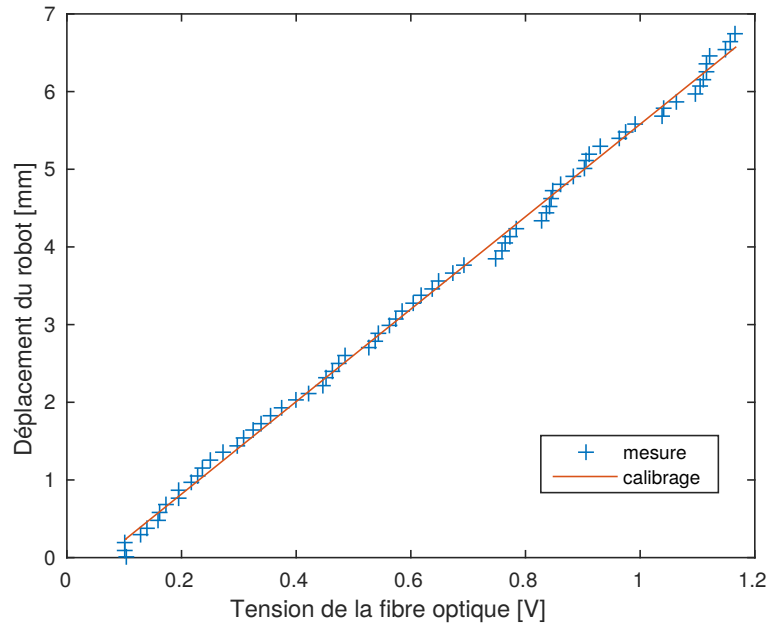


Fig. 5.5 Courbe de calibrage du capteur de déplacement. Les mesures sont approchées par un modèle linéaire, représenté par la droite rouge.

Capteur d'effort du robot

Le capteur d'effort du robot a été calibré au chapitre 3. La matrice de calibrage A obtenue (voir équation 3.8) n'est valable que si le point d'application de l'effort est en P_c , comme dans la

figure 5.6, or dans l'expérience sur le clavecin, le point d'application de l'effort est en P_m . Il n'est pourtant pas nécessaire de mettre en œuvre toute la procédure de calibrage pour pouvoir utiliser le capteur dans cette nouvelle configuration. En effet, une mesure complémentaire d'effort F_m au point P_m permet de montrer qu'il existe une relation de proportionnalité entre les efforts F_c et F_m . La figure 5.7 présente une mesure de l'effort F_c représentée en fonction de la mesure de l'effort F_m . Nous constatons que la relation entre ces deux forces est bien linéaire, de coefficient de proportionnalité $K_c = 1,42$, avec un coefficient de corrélation de 99%.

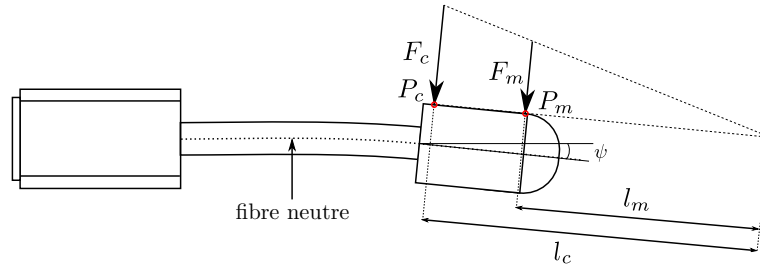


Fig. 5.6 Changement de point de mesure sur le doigt. La force F_c est celle qui a été mesurée pendant le calibrage, la force F_m est celle qui est mesurée pendant les expériences. L'angle ψ est l'angle de flexion de la fibre neutre.

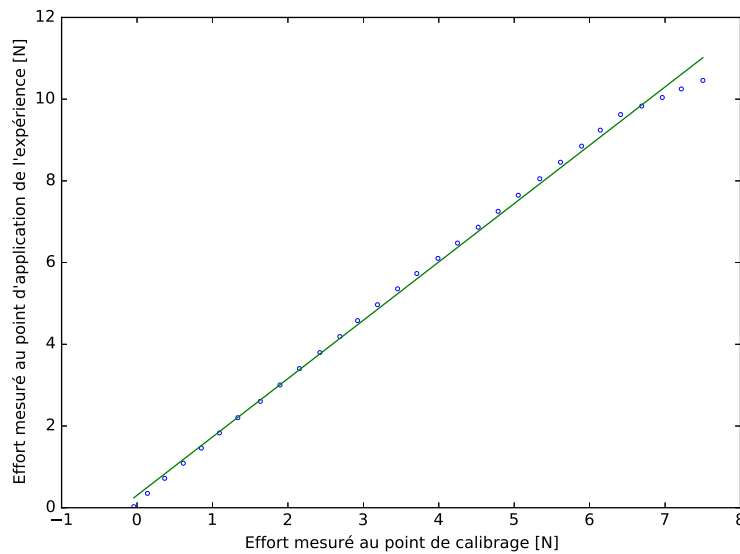


Fig. 5.7 Mesure en deux points différents lors du calibrage. Les points bleus présentent les efforts en fonction des tensions mesurées sans aucun coefficient de proportionnalité appliqué aux efforts, contrairement à la droite verte.

La linéarité de cette relation peut s'expliquer de la manière suivante : la déformation de la partie terminale de l'effecteur étant bien plus faible que celle de la poutre, nous pouvons supposer que la fibre neutre de la tête de l'effecteur ne se déforme pas et forme un angle ψ avec l'horizontale, ψ étant l'angle de flexion de la fibre neutre de la poutre au point de jonction poutre / terminaison du capteur. La relation entre les efforts mesurés peut être interprétée géométri-

quement, comme le montre la figure 5.6 : l'angle ψ étant faible, on peut utiliser l'approximation des petits angles et utiliser le théorème de Thalès dans le triangle d'effort. Le rapport des forces $\frac{F_m}{F_c}$ est alors égal au facteur K_c .

Nous utilisons donc la matrice $A' = K_c A$, où A est la matrice de l'équation 3.8, pour convertir les tensions de sortie des ponts de jauges en effort. Un temps de stabilisation est nécessaire pour éviter la dérive du pont de jauge pendant les mesures. La mesure de ce temps est détaillée dans l'annexe D. Nous estimons qu'il faut allumer le pont environ 15 min avant le début de l'expérience.

5.2.3 Trajectoire du robot

Le but de l'expérience est d'imposer à la touche une trajectoire qui donne une vitesse de montée constante au sautereau, dans le but de comparer les mesures aux résultats du modèle du mécanisme de pincement du chapitre 4. Le point de contact entre le robot et la touche est maintenu constant, car nous souhaitons limiter les frottements entre le robot et la touche. Pour faciliter le positionnement du robot, nous choisissons un point d'appui avec la touche à une distance $l_k = 30$ mm du bord de celle-ci. La position du plectre au repos sous la corde est inférieure à 10 mm. Afin d'être certain de pincer la corde, l'enfoncement de la touche correspond à une élévation du sautereau de 10 mm. Trois vitesses de montée sont imposées : 0,05 m/s, 0,10 m/s, 0,25 m/s. Ces valeurs correspondent à une vitesse très lente dans le premier cas et des vitesses de jeu lente et rapide pour les deux dernières [Chadefaux *et al.*, 2013b]. La trajectoire du robot est assimilée à celle de la rotation de la touche. Pour donner une vitesse de montée constante au sautereau, nous cherchons l'évolution de l'angle de la touche α_k au cours du temps en fonction de la vitesse du sautereau. Nous utilisons pour cela l'équation 4.5, où la hauteur y_j du sautereau est déterminée au cours du temps en fonction de sa vitesse V_j :

$$\alpha_k = \arctan\left(\frac{V_j t}{a_k}\right) \quad (5.2)$$

Ensuite, nous calculons la trajectoire $[x_r \ y_r]^T$ du point P_m de l'effecteur en contact avec la touche :

$$\begin{cases} x_r &= l_k \cos \alpha_k \\ y_r &= l_k \sin \alpha_k \end{cases} \quad (5.3)$$

Les trajectoires respectant ces conditions sont présentées dans la figure 5.8. Seule la trajectoire pour une vitesse de sautereau de 0,10 m/s est représentée par le graphe A, les autres ne différant que par l'échelle de temps. Nous montrons aussi la trajectoire prévue pour le sautereau sur la courbe B.

5.2.4 Plectres utilisés

Cinq plectres ont été utilisés lors de l'expérience et sont présentés par la figure 5.9. La dénomination utilisée pour ces plectres est celle des sautereaux sur lesquels ils sont encastrés.

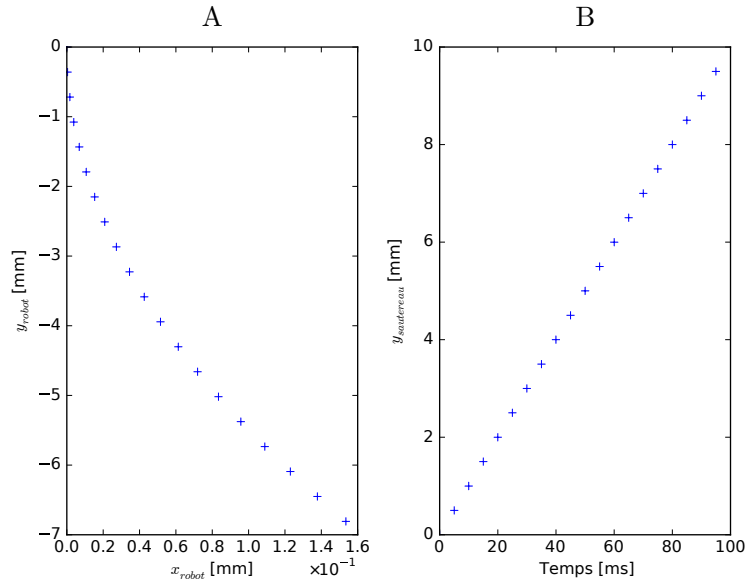


Fig. 5.8 Trajectoire du robot. Le graphique A présente la trajectoire de l'effecteur du robot dans le plan xOy en un point de la touche situé à 30 mm de son extrémité. Le graphique B présente la position du sautereau désirée en fonction du temps.

Le plectre 1 est le plectre d'origine utilisé pour la touche n°37, Il a été harmonisé par le facteur du clavecin. Nous constatons que son épaisseur est très fine et que sa largeur présente une forte asymétrie.

Les plectres 2, 3 et 4 ont été taillés par un claveciniste pour les expériences de l'article [Chadefaux *et al.*, 2013b], pour étudier quelques exemples d'harmonisation. Le plectre 2 est plus fin vers son point d'encastrement, dans le sens de la hauteur, tandis que sa largeur n'a pratiquement pas été changée. Les plectres 3 et 4 ont une harmonisation assez proche. La hauteur est inchangée dans les deux cas et la taille a été effectuée dans la largeur. Ces quatre plectres ont un effort de déclenchement statique respectivement de 1,06 N, 1,16 N, 1,26 N et 1,27 N. La valeur de cet effort est mesurée à l'instant de lâcher de la corde, lorsque l'on appuie progressivement sur la touche.

Le plectre 5 a été taillé de manière à lui donner une section rectangulaire. Il servira de témoin lors de la comparaison avec le modèle de pincement de corde au chapitre 4, par rapport aux autres plectres, de formes moins régulières et moins proches des hypothèses du modèle.

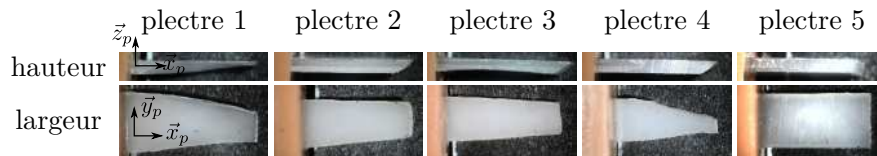


Fig. 5.9 Forme des plectres utilisés lors de l'expérience. Chaque photographie est en deux parties : celle du haut correspond à une vue de côté du plectre, celle du bas à une vue de dessus

5.2.5 Protocole expérimental

Le protocole est le suivant : le robot est mis en place sur la touche n° 37, le conditionneur de jauge est allumé et équilibré après 15 min de chauffe, puis nous effectuons 3 séries de 5 mesures sur cinq plectres notés $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, chaque série correspondant à une vitesse différente (0,05 m/s, 0,10 m/s, 0,25 m/s). Le robot revient dans sa position initiale entre les mesures. Les signaux des fourches optiques, des jauges du robot et de la fibre optique sont synchronisés avec le signal de trigger de la caméra rapide.

5.2.6 Traitement des données

Pour synchroniser les images prises avec la caméra rapide à une fréquence de 7374 Hz avec les signaux² échantillonnés à 51200 Hz, nous utilisons le signal de trigger de la caméra. Il s'agit d'un signal TTL à front descendant déclenché lorsque la caméra enregistre sa dernière image. La détection du lâcher de la corde est précise à une image près, soit 0,14 ms, ce qui correspond environ à 7 échantillons des signaux acquis avec *MATLAB*. La détection du contact entre la corde et le plectre est réalisée avec le signal de déplacement vertical de la corde. Nous utilisons encore le signal de déplacement de la corde, calculé à partir des mesures des fourches optiques, afin de trouver les conditions initiales de lâcher : le déplacement initial et la vitesse initiale de lâcher. Comme le point de pincement du plectre est décalé par rapport au point de mesure, nous supposons que l'approximation linéaire de la corde est vérifiée et que la déformée de la corde est triangulaire, ce qui permet de simplifier le lien qui existe entre les deux déplacements de corde à une relation de proportionnalité qui suit le théorème de Thales [Cuesta et Valette, 1989]. Le déplacement initial D_i est la distance entre le point de repos de la corde et le point de lâcher. La vitesse V_i est calculée par dérivation dans l'espace de Fourier. L'angle de lâcher initial de la corde ϕ_i (voir figure 4.8) est calculé à partir de la déformée finale du plectre obtenue sur la dernière image prise avec la caméra rapide.

5.2.7 Analyse des résultats

Une analyse des résultats bruts va permettre de montrer les caractéristiques essentielles de chacun des signaux. Une forme particulière se dégage, changeant en fonction de la vitesse du sautereau, puis en fonction du type de plectre employé.

Signaux de force, d'enfoncement et de corde

Les signaux analysés dans cette section sont les signaux du capteur de force du robot, du déplacement vertical de la corde, mesuré par la fourche optique, et d'enfoncement de la touche.

Les signaux ont été synchronisés par rapport à l'instant de contact t_c entre la corde et le plectre, comme le montre la figure 5.10. L'instant t_c est obtenu à partir du signal de déplacement suivant l'axe vertical de la corde, en cherchant l'instant où celle-ci s'écarte de sa position de repos, fixée à zéro. Deux autres instants importants ont été mis en évidence dans ces graphiques :

2. les signaux sont enregistrés avec *MATLAB* et deux cartes d'acquisition analogique *NI*, placées sur le même module d'acquisition.

l'instant t_e où la touche commence à s'enfoncer, repéré sur la courbe d'enfoncement de la touche quand celle-ci commence à s'enfoncer et l'instant t_r où la corde est lâchée, obtenu par analyse des images de caméra rapide.

Étude quantitative des signaux

Nous distinguons quatre phases lors du pincement de la corde, comme le montre la figure 5.10, séparée par les instants t_e , t_c et t_f définis précédemment.

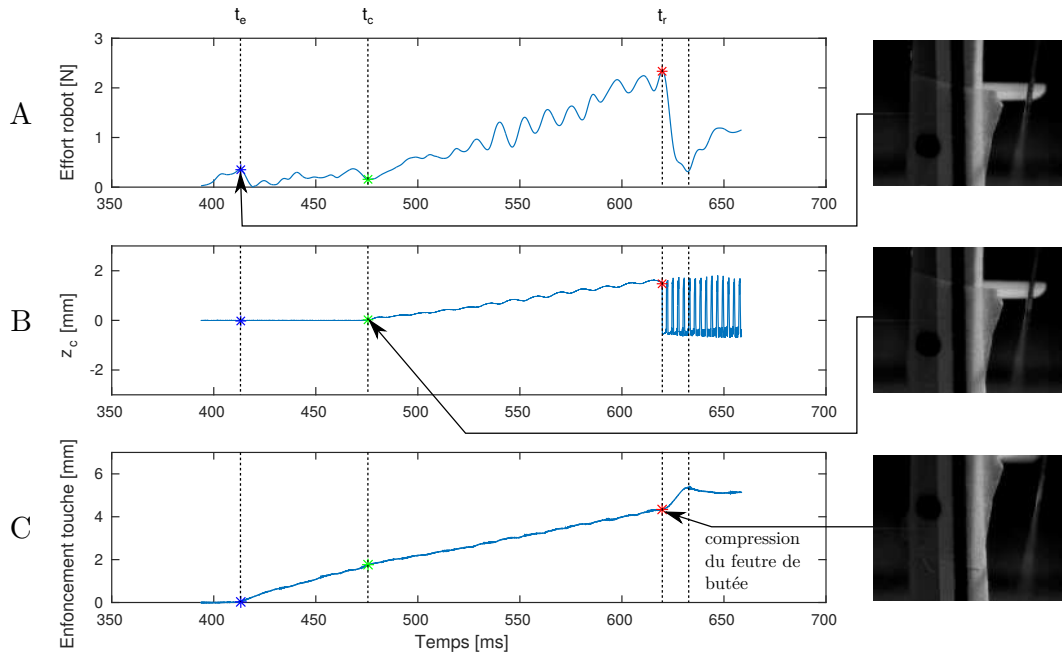


Fig. 5.10 Signaux mesurés pour une vitesse de montée du sautereau de 0,05 m/s, dans le cas du plectre 2. Le graphique A montre l'effort mesuré par le robot à 30 mm du bord de la touche, le graphe B correspond au déplacement de la corde selon son axe vertical, le graphe C présente l'enfoncement de la touche, mesuré à 6 cm du bord de la touche.

- **Phase $t \leq t_e$** Nous constatons que l'effort de contact entre la touche et le robot augmente lentement en subissant des variations, alors que la touche n'est pas encore enfoncée. Cela signifie que le mouvement de la touche n'a lieu que si l'effort d'appui dépasse un seuil d'effort. Dans la table 5.2, la valeur de l'effort de déclenchement pour chaque plectre est donnée en fonction de la vitesse imposée au sautereau. Nous constatons que la valeur de l'effort n'est pas répétable, puisque l'incertitude de mesure, obtenue sur 5 essais de répétabilité, est généralement de l'ordre de 50%. Nous ne pouvons donc rien conclure de l'influence de la vitesse et de la forme du plectre sur l'effort de déclenchement de la touche.

- **Phase $t_e < t \leq t_c$** Le plectre n'étant pas directement en contact avec la corde quand le sautereau est au repos sur la touche, il est normal que les instants t_e et t_c ne soient pas confondus.

La touche commence à s'enfoncer avec une pente qui est égale à la vitesse imposée au sautereau. La figure 5.11, dans laquelle tous les essais de répétabilité de la mesure de l'enfoncement de la touche, dans le cas du plectre 5 pour une vitesse de 0,05 m/s sont affichés, montre que la durée de cette phase est assez répétable.

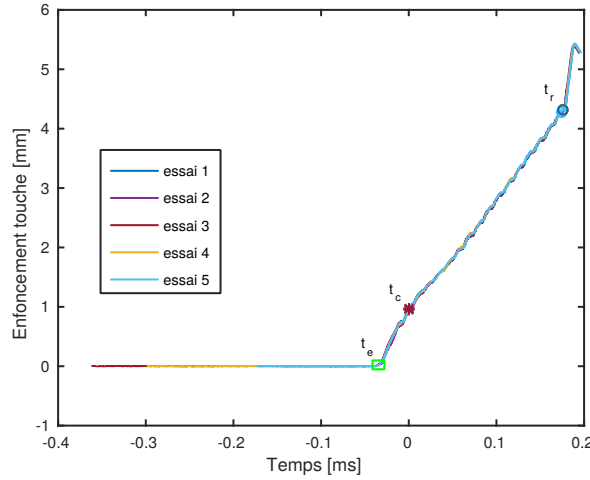


Fig. 5.11 Essais de répétabilité pour la mesure de l'enfoncement de la touche, dans le cas du plectre 5, à la vitesse de 0,05 m/s. Les 5 signaux ont été alignés sur l'instant t_e .

- **Phase $t_c < t \leq t_r$** Le plectre entre au contact de la corde et l'entraîne dans son mouvement. La corde commence à s'écarter de sa position de repos et nous observons que les oscillations présentes sur son déplacement z_c sont répercutées et amplifiées sur le signal d'effort. En revanche, les amplitudes de ces oscillations sont fortement atténuées sur le signal d'enfoncement de la touche.

- **Phase $t_r < t$** La corde est lâchée et oscille librement. Le signal d'effort présente un maximum local juste avant l'instant t_r , qui se traduit par une variation de vitesse de la touche, comme le montre la rupture de pente sur le signal d'enfoncement de la touche. Cela conduit donc à une variation de vitesse de la corde et nous pouvons de plus en déduire que le plectre fléchit plus vite à cet endroit. La comparaison des signaux des différents plectres montre que la forme du plectre influence les conditions initiales de la corde, notamment sur sa vitesse, son angle de polarisation, *i.e.* sa direction de lâcher et son déplacement initial. Après le relâchement de la corde, l'effort sur la touche augmente de nouveau et se stabilise lors de la compression du feutre de butée de la touche (voir figure 4.2).

Ce découpage en quatre phases est commun à tous les signaux, indépendamment des conditions de vitesse imposées au sautereau et du plectre utilisé. Des variations apparaissent cependant en fonction de la vitesse du sautereau.

	plectre 1	plectre 2	plectre 3	plectre 4	plectre 5
vitesse 1 (0,05 m/s)	0,32 ± 0,25	0,22 ± 0,07	0,44 ± 0,22	0,46 ± 0,26	0,33 ± 0,24
vitesse 2 (0,10 m/s)	0,28 ± 0,23	0,53 ± 0,33	0,49 ± 0,24	0,58 ± 0,34	0,31 ± 0,13
vitesse 3 (0,25 m/s)	0,64 ± 0,33	0,91 ± 0,29	0,90 ± 0,29	0,59 ± 0,32	0,66 ± 0,21

Table 5.2 Efforts de déclenchement de la touche en N, en fonction du plectre utilisé et de la vitesse imposée. L'incertitude de répétabilité est réalisée sur 5 essais.

Effet de la vitesse du sautereau

Nous avons observé deux comportements différents entre la vitesse de jeu très lente, en pratique non utilisée par les musiciens en situation de jeu, et les vitesses de jeu lente et rapide. Cet effet, observé sur les signaux de déplacement de corde, se retrouve sur les signaux d'enfoncement de touche et d'effort du capteur du robot. La figure 5.12, sur laquelle le déplacement de la corde et les caractéristiques force / enfoncement du sautereau sont données pour les trois vitesses de jeu testées, montrent que pour la vitesse la plus lente (la vitesse 1, *i.e.* 0,05 m/s), le signal de déplacement de la corde z_c présente des oscillations pendant la phase de contact entre le plectre et la corde, et que celles-ci disparaissent pour les vitesses plus élevées. L'analyse des images montre qu'à cette vitesse, le plectre et le sautereau vibrent à la même fréquence et forment un seul ensemble cinématique. Nous en déduisons que la corde impose sa vibration au plectre et au sautereau, et que les trains d'ondes générés à l'instant du contact corde / plectre se propagent sur la touche et dans le capteur du robot. Nous mesurons sur la figure 5.12, pour les vitesses 1 et 2 de sautereau, une période de 5 ms pour ces oscillations. Nous pensons que celles-ci sont dues au frottement entre le plectre et la corde.

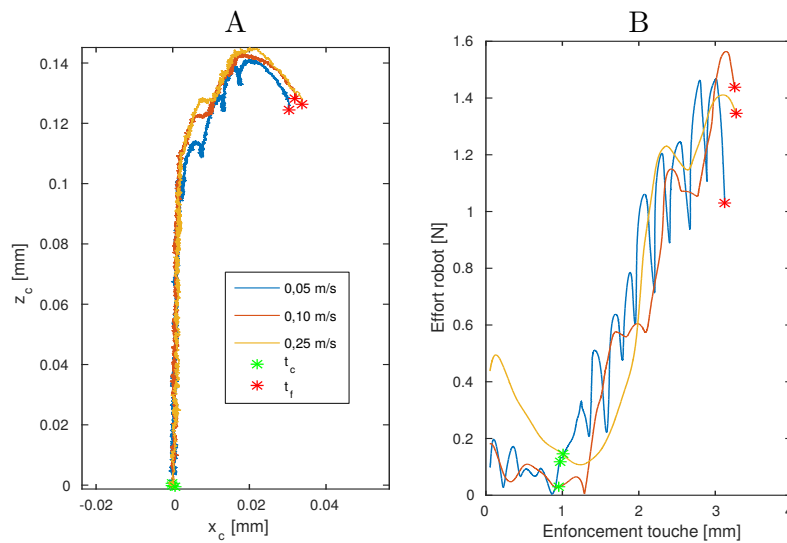


Fig. 5.12 Comparaison du déplacement de la corde (A) et de la caractéristique force / enfoncement (B) pour les 3 vitesses de jeu testées, dans le cas du plectre 1.

Dans le cas des vitesses 2 et 3, l'analyse des images de la caméra rapide montre que lors des phases de contact entre la corde et le plectre, le plectre oscille, mais pas le sautereau. L'angle de vue de la caméra ne permet pas de distinguer si ces vibrations sont dues aux modes du plectre ou à la déformation du ressort de rappel de la languette du sautereau.

Le changement de vitesse de jeu montre des différences de comportement non négligeables, liées au régime dynamique du système corde / plectre. Dans le cas de la vitesse 1, la plus lente, le fait de pouvoir considérer l'ensemble plectre / sautereau comme un seul ensemble cinématique permet de supposer l'interaction corde / plectre quasi-statique. En revanche, dans le cas de la vitesse 2 et 3, l'interaction doit être considérée comme dynamique, car le plectre vibre au contact de la corde.

Effet de la forme du plectre

La différence apportée par la forme du plectre n'apparaît qu'avec une analyse plus fine des signaux. Il faut calculer les conditions initiales du lâcher de la corde pour constater que la forme du plectre a une influence sur celles-ci, comme le montre les tables 5.3, 5.4, et 5.5. La figure 5.14 présente les données de ces tables sous forme graphique, en fonction de la vitesse de montée du sautereau. Le déplacement initial D_i de la corde, sa vitesse de lâcher V_i , l'angle de flexion final ϕ_i du plectre et la force de lâcher F_i sont indiqués sur la figure 5.13. Les conditions initiales sont calculées de la manière suivante :

$$\begin{cases} D_i &= \sqrt{y_s^2(t_r) + z_s^2(t_r)} \\ \phi_i &= \frac{z_s(t_r) - z_s(t_r - dt)}{y_s(t_r) - y_s(t_r - dt)} \\ F_i &= F(t_r) \end{cases} \quad (5.4)$$

	plectre 1	plectre 2	plectre 3	plectre 4	plectre 5
$\mathbf{D_i[mm]}$	$0,11 \pm 0,04$	$0,20 \pm 0,01$	$0,14 \pm 0,00$	$0,17 \pm 0,01$	$0,20 \pm 0,04$
$\mathbf{V_i[mm/s]}$	$9,02 \pm 1,90$	$17,79 \pm 2,45$	$9,30 \pm 4,42$	$13,16 \pm 4,56$	$13,16 \pm 2,42$
$\phi_i[^\circ]$	$-61,46 \pm 3,77$	×	×	×	×
$\mathbf{F_i[N]}$	$1,01 \pm 0,69$	$1,72 \pm 0,70$	$2,03 \pm 0,35$	$1,68 \pm 0,77$	$1,99 \pm 0,68$

Table 5.3 Conditions initiales pour une vitesse de sautereau $v_j = 0,05$ m/s. Une croix signifie que la valeur n'a pas été calculée.

La vitesse initiale V_i est calculée par dérivation du polynôme d'interpolation du déplacement de la corde sur l'intervalle $[t_r - Nf_s; t_r]$, où N est le nombre de points avant l'instant t_r et f_s à la fréquence d'échantillonnage du signal. Nous avons choisi $N = 100$ ici.

Nous constatons alors que les conditions initiales D_i , V_i et ϕ_i sont indépendantes de la vitesse imposée au sautereau, mais dépendent du plectre utilisé. La force de lâcher F_i en revanche semble

	plectre 1	plectre 2	plectre 3	plectre 4	plectre 5
$\mathbf{D}_i[\text{mm}]$	$0,13 \pm 0,02$	$0,20 \pm 0,00$	$0,15 \pm 0,00$	$0,17 \pm 0,00$	$0,21 \pm 0,01$
$\mathbf{V}_i[\text{mm/s}]$	$10,2 \pm 3,51$	$18,00 \pm 5,28$	$13,6 \pm 2,6$	$11,6 \pm 1,7$	$12,4 \pm 2,0$
$\phi_i[^\circ]$	$-60,6 \pm 3,4$	$-51,6 \pm 14,6$	$-59,6 \pm 14,8$	$-42,2 \pm 11,1$	$-34,5 \pm 2,6$
$\mathbf{F}_i[\text{N}]$	$1,38 \pm 0,49$	$2,25 \pm 0,57$	$1,89 \pm 0,61$	$1,89 \pm 0,61$	$2,13 \pm 0,32$

 Table 5.4 Conditions initiales pour une vitesse de sautereau $v_j = 0,10 \text{ m/s}$.

	plectre 1	plectre 2	plectre 3	plectre 4	plectre 5
$\mathbf{D}_i[\text{mm}]$	$0,13 \pm 0,00$	$0,20 \pm 0,00$	$0,15 \pm 0,00$	$0,18 \pm 0,00$	$0,22 \pm 0,00$
$\mathbf{V}_i[\text{mm/s}]$	$16,9 \pm 3,2$	$15,6 \pm 3,6$	$12,0 \pm 2,3$	$13,9 \pm 3,2$	$13,3 \pm 2,9$
$\phi_i[^\circ]$	$-65,3 \pm 8,3$	\times	\times	\times	\times
$\mathbf{F}_i[\text{N}]$	$1,26 \pm 0,60$	$2,47 \pm 0,61$	$2,18 \pm 0,42$	$1,62 \pm 0,60$	$2,27 \pm 0,52$

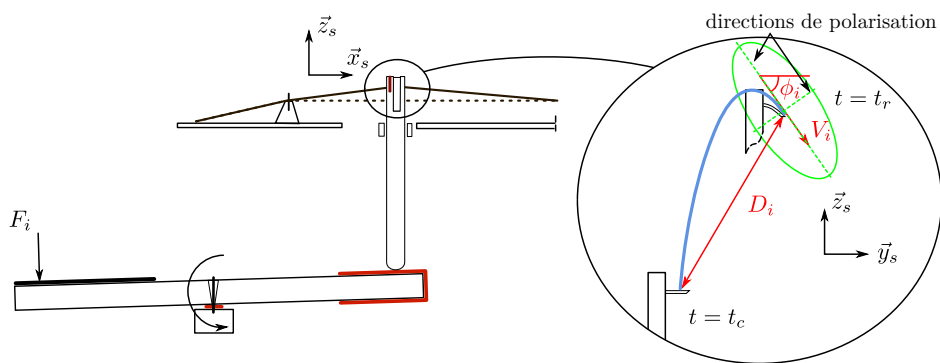
 Table 5.5 Conditions initiales pour une vitesse de sautereau $v_j = 0,25 \text{ m/s}$. Une croix signifie que la valeur n'a pas été calculée.


Fig. 5.13 Schéma montrant les conditions initiales du lâcher de la corde sur le signal de déplacement.

dépendre à la fois du sautereau et de la vitesse. Ce paramètre reflète le contrôle que le musicien doit exercer sur la touche pour pouvoir déclencher le pincement à l'instant qu'il souhaite. La répétabilité des mesures est évaluée sur 5 essais pour chaque mesure, avec un coefficient de confiance de 95%. L'incertitude des mesures est de l'ordre de 5% pour le déplacement D_i . L'estimation de la vitesse V_i est très sensible au bruit de mesure présent dans les signaux de déplacement de la corde, c'est pourquoi l'incertitude est légèrement plus élevée que pour les déplacements. Malgré cela, nous constatons que la vitesse du sautereau semble du même ordre de grandeur quelle que soit la forme du plectre et la vitesse de jeu. L'angle ϕ_i dépend fortement de la forme du plectre et représente la direction de lâcher de la corde, qui a un fort impact sur ses directions de polarisation³. Cet angle influence donc la manière dont la corde va transmettre ses vibrations à la table d'harmonie et probablement ainsi la sonorité que l'instrument va produire.

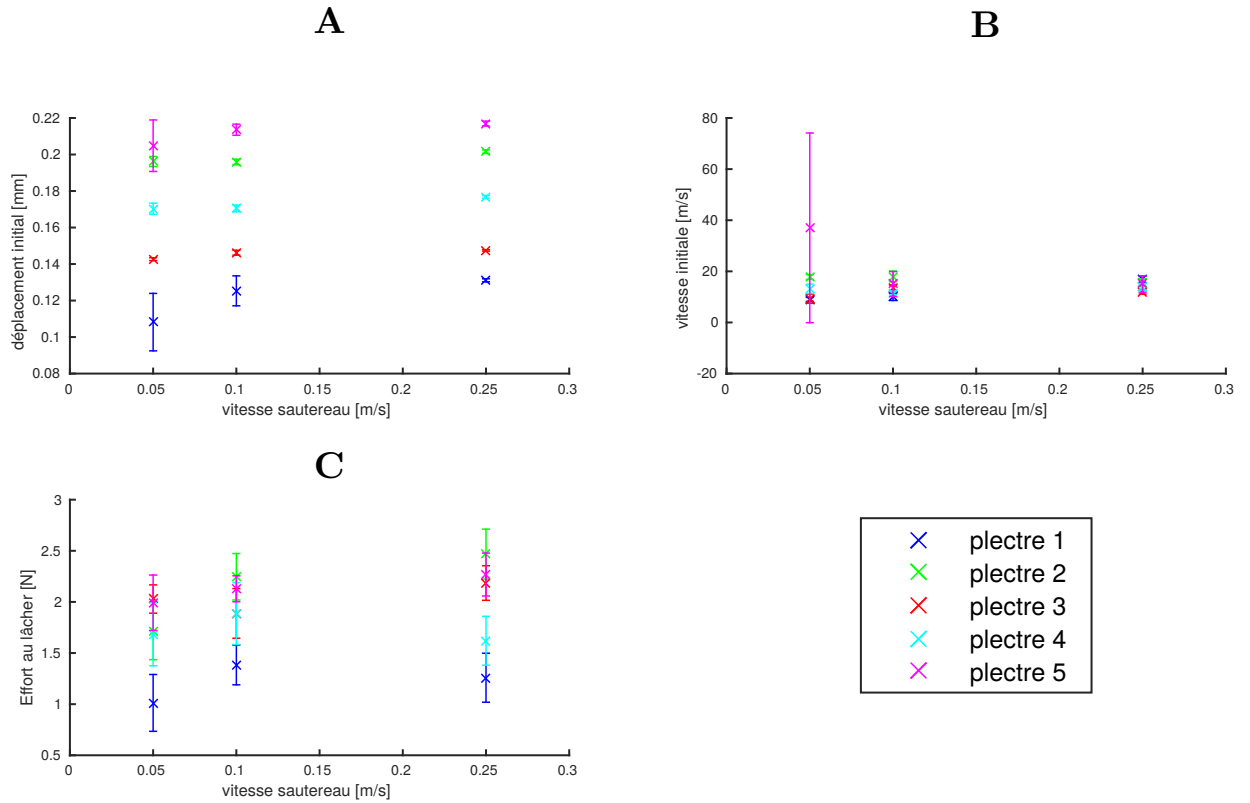


Fig. 5.14 Conditions initiales au lâcher de la corde. Les données des tables 5.3, 5.4, et 5.5 sont représentées par critère : le graphe (A) correspond au déplacement initial D_i , le graphe (B) correspond à la vitesse initiale V_i et le graphe (C) correspond à l'effort de lâcher F_i . Les données sont représentées en fonction de la vitesse du sautereau, et avec leurs incertitudes associées.

3. Lorsque la corde se met à osciller librement après être relâchée par le plectre, si l'on observe le mouvement d'une section de la corde dans un plan orthogonal à sa longueur, on constate qu'il peut être approché par le mouvement d'une ellipse en rotation. L'angle entre la direction initiale prise par les axes de l'ellipse et le repère cartésien est la polarisation de la corde.

5.2.8 Comparaison aux résultats du modèle

Nous commençons par faire des observations générales sur l'adéquation des résultats de simulation aux mesures pour la vitesse de montée du sautereau $V_j = 0.10$ m/s avant de regarder l'influence de la vitesse sur la justesse des prédictions.

La figure 5.15 présente pour l'ensemble des 5 plectres utilisés lors de l'expérience de ce chapitre les résultats obtenus après ajustement des différents paramètres du modèle du chapitre 4. Les courbes représentées sont : la trajectoire de la corde, la déformée du plectre à l'instant de lâcher et la courbe force / enfoncement. Le premier constat que l'on peut faire porte sur la ressemblance entre la forme de la trajectoire de corde prédite par le modèle et les mesures. Il s'agit notamment de la prédiction de la courbure peu avant l'instant de lâcher, qui n'était prédit par aucun des modèles précédents.

Si certaines mesures peuvent être approchées en ajustant les paramètres du modèle, des limitations existent, comme nous pouvons le voir sur la figure 5.15. En ce qui concerne la trajectoire de corde, nous pouvons ajuster la valeur de son maximum, la direction finale au moment du lâcher, mais la composante y_s du déplacement de la corde annoncée par le modèle reste toujours supérieure à celle qui est mesurée. Cette différence provient probablement de l'absence de frottement entre la corde et le plectre.

La déformée du plectre calculée par le modèle peut être approchée aussi finement que l'on veut des mesures, mais cela se fait toujours au détriment des autres résultats, chacun des paramètres ayant une influence sur l'ensemble des graphiques de la figure 5.15, comme nous l'avons déjà montré dans la section 4.4.4 du chapitre 4.

Enfin, la courbe force / enfoncement prédite par le modèle semble avoir l'allure de la valeur moyenne des courbes mesurées. Les effets comme le frottement du doigt sur la touche, ne sont pas pris en compte dans le modèle. Les oscillations de la corde sur le plectre ne se retrouvent pas non plus, ce qui est normal car il s'agit d'effets dynamique et que notre modélisation est quasi-statique. De plus, une modélisation du mouvement de la languette⁴ du sautereau pourrait avoir un effet sur les résultats du modèle. Enfin, nous constatons que les compromis à effectuer lors de l'ajustement des paramètres ne permettent pas de prédire le bon enfoncement, ni la bonne valeur de l'effort au moment du lâcher de la corde. Nous insistons cependant sur le rapport entre les deux, qui semble s'approcher de celui mesuré.

Les mêmes remarques peuvent être faites pour la comparaison des résultats obtenus avec les vitesses de sautereau imposées $V_j = 0,05$ m/s et $V_j = 0,25$ m/s.

5.3 Synthèse

Ce chapitre a présenté la mise en place et le calibrage de divers instruments de mesure pour étudier l'effet de la géométrie des plectres de clavecin sur les conditions initiales imposées aux cordes pincées, en fonction de la vitesse d'enfoncement de la touche. Un soin tout particulier a été apporté à la mise en place de la plateforme robotisée développée lors des chapitres 2 et

4. pièce mobile du sautereau dans laquelle est encastrée le plectre, qui permet d'éviter de pincer la corde lors du retour de la touche à sa position de repos.

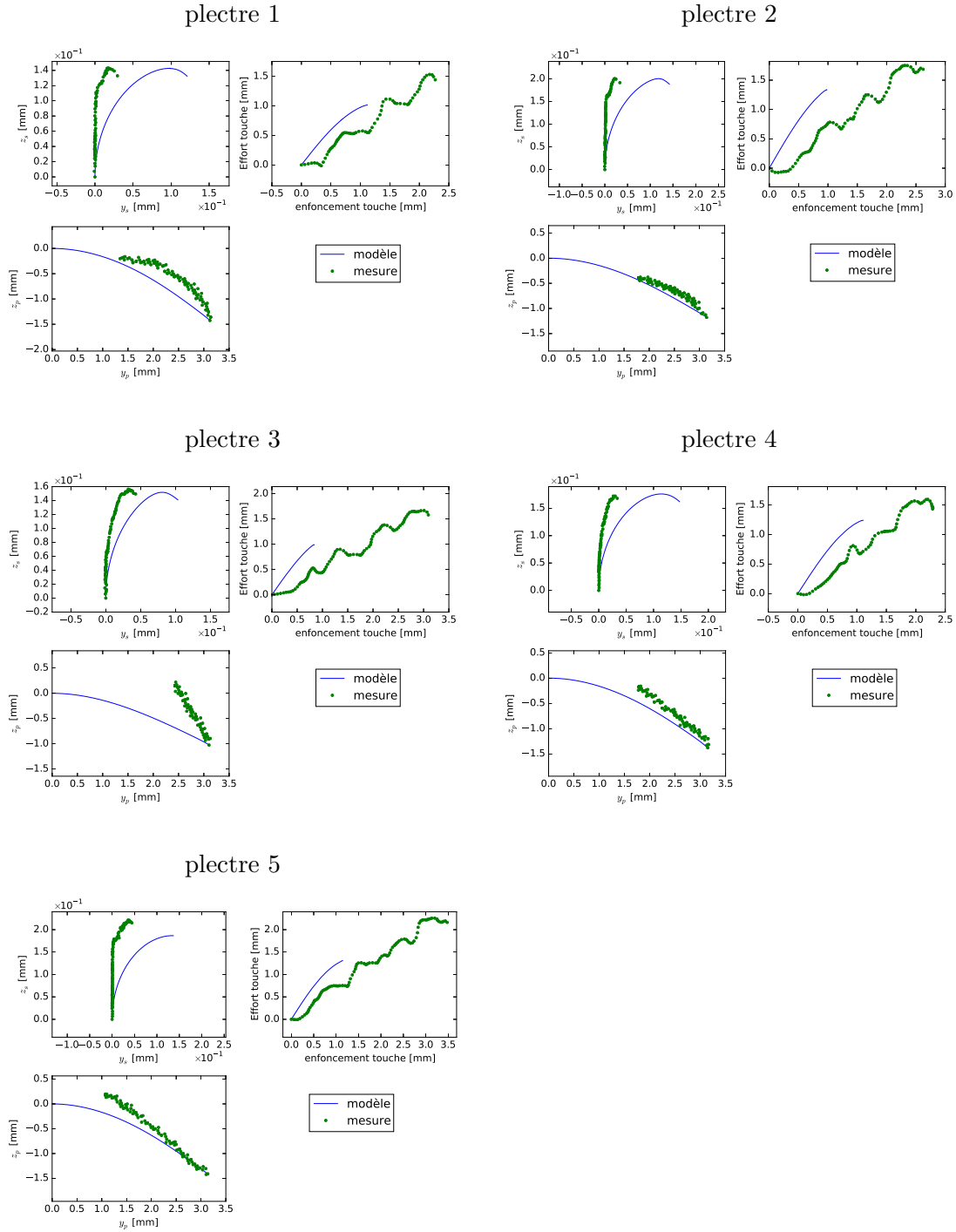


Fig. 5.15 Comparaison du modèle aux mesures. La vitesse du sautereau imposée lors des mesures et lors la simulation du modèle est $V_j = 0.10$ m/s. Le déformées finales mesurées des plectres (points verts des graphiques (y_p, z_p)) sont incomplètes car le cadrage de la caméra rapide, adapté pour les mesures sur le premier plectre, ne permettait pas d'observer dans leur intégralité les déformées des autres plectres.

3, afin d'imposer au sautereau une vitesse d'élévation constante proche des vitesses mesurées lors d'une précédente étude sur un claveciniste [Chadefaux *et al.*, 2013b]. Une caméra rapide a notamment été utilisée pour interpréter les signaux mesurés en faisant le moins d'hypothèses possibles sur la nature des mouvements du mécanisme de pincement de l'instrument. L'analyse des données expérimentales a fait apparaître l'allure générale de la force exercée par le robot sur la touche pendant l'expérience. Nous pouvons décomposer l'appui sur la touche en quatre phases, correspondant au repos, au début du mouvement de la touche, puis à l'interaction du plectre et de la corde et enfin la phase d'oscillations libres de la corde. Nous constatons ensuite que la vitesse imposée au sautereau permet de contrôler la dynamique de l'instrument, en particulier du comportement du plectre lors de son interaction avec la corde. Les faibles vitesses donnent lieu à un mouvement dynamique du système corde-plectre-sautereau, tandis que les vitesses de jeu usuelles d'un claveciniste font apparaître le comportement dynamique du plectre, dont les modes de vibrations sont sollicités lors de son impact sur la corde. Enfin, la forme du plectre, et donc l'harmonisation des plectres, apparaît bien comme un effet important sur les mesures, car elle influence les conditions initiales de vibration de la corde.

Nous comparons ensuite les données expérimentales et les résultats de simulation du modèle du chapitre 4. Nous constatons que la forme de trajectoire de corde et de déformée du plectre sont bien reproduite par le modèle, notamment en ce qui concerne la courbure de la trajectoire de la corde juste avant l'instant de lâcher. L'absence de frottement dans les équations de mouvement de la corde font que la prédiction de son déplacement selon \bar{z} est surestimée par rapport à la réalité. De plus, l'effort d'appui sur la touche est largement sous estimé par le modèle. Enfin, seule la variation d'épaisseur du plectre est prise en compte dans le modèle, mais les photographies des plectre montrent clairement une asymétrie dans la largeur du plectre qui pourra être exploitée pour les évolutions du modèle.

Conclusion et perspectives

6.1 Contributions

L'objectif de cette thèse était le développement d'une plate-forme robotisée dédiée à l'étude des instruments à cordes pincées. La plate-forme avait préalablement été conçue dans le but de reproduire de manière répétable les gestes de plusieurs musiciens lorsqu'ils jouent le même extrait musical sur un instrument identique [Chadefaux, 2012]. Cette plate-forme modifiable est constituée d'un robot qui peut soit reproduire les gestes des doigts des musiciens jouant de leur instrument dans un contexte musical, soit des trajectoires d'études décorrélées du jeu réel des musiciens. Dans les deux cas, la finalité de la plate-forme est la reproduction de conditions initiales imposées à l'instrument par les musiciens, soit de manière réaliste, soit de manière contrôlée.

La harpe est le premier instrument qui a servi à dimensionner le robot et sur lequel il a été utilisé. Il s'agit d'un véritable défi mécanique et expérimental, car le robot doit reproduire des trajectoires contenues dans une surface de 4 cm^2 , à une vitesse maximale de 1.5 m/s , en exerçant des efforts dépassant 20 N . La solution de conception retenue, et les choix des actionneurs permettent en théorie de répondre à ce cahier des charges contraignant. Dans la pratique, la première expérience mise en place sur un instrument montre que, si la trajectoire est suivie quand le robot n'est pas en contact avec la corde, les efforts de pincement sont tellement importants que le robot ne suit plus la consigne au contact de la corde.

La réponse que nous avons apportée à ce problème est la conception d'un capteur d'effort pour le robot. Nous avons choisi d'en faire une partie intégrante de l'effecteur du robot, afin de conserver son faible encombrement et de rendre ce capteur facilement modifiable et interchangeable en fonction des besoins. Il est constitué de jauges de déformations qui mesurent la flexion de l'effecteur et lui font correspondre une variation de tension électrique. Le calibrage du capteur permet alors de déterminer l'effort qui a été exercé sur le capteur. La prise en compte de cet effort lors de la trajectoire du robot permet de corriger l'erreur de position observée précédemment. Le robot peut donc être employé pour exciter de manière réaliste les instruments de musique.

L'étude du clavecin constitue un autre cas d'étude où l'instrument est à clavier, et le robot ne vient pas pincer directement les cordes de l'instrument comme dans le cas de la harpe mais plutôt appuyer sur les touches de l'instrument. Néanmoins, la correction d'effort est nécessaire, car nous avons voulu imposer des excitations spécifiques, des trajectoires d'étude de l'instrument. Elles correspondent à des vitesses d'enfoncement de touche standard, observées expérimentalement sur des musiciens, tout en s'affranchissant des gestes qu'ils effectuent. Le mouvement imposé à

la touche est alors tel que le sautereau monte à vitesse constante pour venir pincer la corde. L'utilisation du robot lors de cette expérience permet de montrer la finesse avec laquelle le capteur d'effort peut enregistrer des variations au contact de la touche. Quatre phases sont ainsi nettement distinguées grâce aux signaux d'effort, d'enfoncement de la touche et de déplacement de la corde. La première consiste à vaincre les frottements de la touche avant qu'elle ne s'enfonce, puis vient la montée du sautereau jusqu'au contact de la corde. Ensuite, la corde est entraînée par le plectre jusqu'à ce qu'une valeur limite d'effort d'interaction entre celui-ci et la corde soit atteinte et enfin la corde glisse sur le plectre avant d'être relâchée. Le capteur d'effort du robot, combiné aux images enregistrées par une caméra rapide, permet de plus de constater l'existence de deux comportements vibratoires du plectre, en fonction de la vitesse avec laquelle il vient impacter la corde : quand la vitesse est lente, plus lente que celle d'un jeu normal, le plectre et le sautereau forment un seul ensemble mécanique, dont les vibrations sont nettement visibles sur la touche. En revanche, à vitesse plus élevée, le sautereau et le plectre doivent être considérés comme deux sous-ensembles mécaniques distincts ; le plectre est alors solidaire de la languette¹ et ses vibrations ne sont plus transmises à la touche. L'ensemble des signaux reçus des capteurs, synchronisés aux signaux de la caméra rapide, fournissent une démonstration du fonctionnement du robot en tant que plate-forme métrologique d'étude des instruments de musique, et permet d'analyser à titre d'application l'influence de la forme du plectre sur l'effort d'appui sur la touche et les conditions initiales en déplacement, en vitesse et en polarisation de la corde.

Les modèles d'interaction corde / plectre de la littérature n'ont jusqu'à présent pas réussi à montrer la forme particulière de la trajectoire de la corde avant sa phase d'oscillation libre. À vrai dire, ce n'était pas leur but premier. Les premiers souhaitaient répondre à la question suivante : si le musicien appuie plus vite et plus fort sur la touche, le son sera-t-il plus fort ? Ce qui revient à se demander si l'on peut jouer avec des nuances sur un clavecin. La réponse à cette question ne rentre pas de le cadre de ce travail, mais en revanche, les modèles qui ont été développés pour y répondre nous ont été d'une aide précieuse comme base de notre travail. En reprenant les hypothèses déjà mises en place dans la littérature, et en y ajoutant la forme du plectre, nous comprenons que la variation rapide de section du plectre à son extrémité libre provoque, sur la trajectoire de la corde pendant l'interaction, la courbure caractéristique observée expérimentalement, peu avant l'instant de lâcher de la corde. En effet, si le plectre s'affine vers son extrémité libre, il a tendance à fléchir plus vite qu'il n'entraîne la corde, ce qui provoque l'apparition d'une amplitude maximale sur la trajectoire de la corde. Une forme simple est donnée aux plectres étudiés dans l'expérience décrite dans ce travail, afin de comparer les résultats du modèle aux données expérimentales. Cette comparaison montre que le modèle, qui n'inclue pas les frottements qui ont lieu entre la corde et le plectre, est étonnamment proche de la réalité grâce à la prise en compte de la géométrie des plectres.

1. Pièce mobile du sautereau dans laquelle est encastrée le plectre. Quand le sautereau redescend après que le plectre a pincé la corde, la languette tourne autour de son axe de rotation pour éviter un second pincement.

6.2 Limitations du robot

La plate-forme robotisée comporte plusieurs limitations dans son utilisation. La plus importante est celle du type d'instrument avec lesquels elle peut être utilisée. L'architecture du doigt robotisé et son encombrement le limite aux instruments à corde pincées, dont les cordes sont assez éloignées de la table d'harmonie et sont écartées de leur position initiale d'au moins une dizaine de millimètres, et les instruments à clavier. Par exemple, le robot a été conçu pour jouer de la harpe, mais pour l'utiliser en l'état sur une guitare, il devra subir quelques adaptations, comme fixer un plectre à l'extrémité de son effecteur.

Le robot est également limité en vitesse, à cause de sa conception. Pour modifier son espace de travail ou bien l'une de ses caractéristiques mécaniques détaillées dans le chapitre 2 et reprises dans l'annexe B, il faut changer les actionneurs : les moteurs et les réducteurs principalement, les roues codeuses aussi, si elles ne sont plus adaptées aux nouveaux modèles choisis. En revanche, le robot est complètement modulaire et ses actionneurs peuvent être modifiés sans changer les corps du robot et les autres éléments (support, courroies, poulies).

Le positionnement du doigt robotisé au contact des instruments est une étape importante et cruciale pour la reproduction de trajectoires dans le repère de l'instrument. Cette étape est effectuée manuellement pour le moment, et nécessite une vérification préalable avec une caméra rapide pour s'assurer que le robot effectue les trajectoires souhaitées. Il pourrait être judicieux de mettre en place une procédure automatique de calibrage de la position et de l'orientation du repère du robot par rapport à l'instrument, afin de rendre son initialisation autonome et rapide.

6.3 Perspectives

Les perspectives de ce travail sont nombreuses, et concernent notamment l'évolution du robot et son utilisation.

La première évolution du robot à laquelle on peut penser est l'ajout d'un troisième axe, dans le but de maîtriser l'orientation de l'effecteur lors du pincement des cordes de harpe. Actuellement, une phase de positionnement assez lourde est la solution retenue pour imposer l'orientation souhaitée. D'un point de vue logiciel, les modifications seront peu nombreuses à apporter. D'un point de vue matériel, l'encombrement devient alors un facteur très important à considérer.

Un autre point intéressant à étudier est l'intégration du capteur d'effort au sein de la boucle de contrôle de position en temps réel du robot. Actuellement, la mesure de l'effort en dehors de la boucle d'asservissement permet de satisfaire nos besoins, mais elle présente l'inconvénient de n'être qu'une mesure *a priori* des efforts qui s'exercent réellement sur l'effecteur du robot au moment où il est en contact avec les instruments. L'intégration technique du capteur au robot n'est pas immédiate et nécessite selon nous la conception d'une carte électronique embarquant un pont de Wheatstone et pouvant communiquer sans délai avec la carte d'axe, qui centralise toute les mesures des actionneurs du robot.

La première version de la plate-forme robotisée utilisait un embout en silicone sur son effecteur, afin de reproduire la déformation de la pulpe du doigt et le frottement de la peau. Les

études menées en parallèle pour trouver un matériau présentant les caractéristiques souhaitées et une bonne tenue dans le temps n'ont pas abouti. La solution envisagée est alors de se rapprocher d'industriels pour la fabrication de cette imitation de peau et de pulpe du doigt. Pour obtenir les bonnes caractéristiques de frottement, des études récentes montrent que le choix du matériau n'est pas suffisant et qu'il faudra peut-être intégrer un motif superficiel imitant les empreintes digitales [Camillieri et Bueno, 2015].

Une fois ces modifications apportées au robot, une étude expérimentale sur l'ensemble de la tessiture du clavecin pourra être envisagée, afin d'étudier plus en détail encore le processus d'harmonisation de l'instrument. Peut-être que des études avec des facteurs d'instruments, en utilisant le robot entre chaque étape de l'harmonisation, permettraient de mieux comprendre ce processus, ou encore son utilisation à la Cité de la Musique sur des fac-similés des instruments du patrimoine pourront être envisagés dans les futurs développement du projet FaReMi. Le robot peut également être utilisé pour quantifier la plage de jeu possible et le réglage des instruments électroniques à clavier utilisant la norme MIDI, à l'aide de déplacements lents de son effecteur lors de l'enfoncement des touches.

Des études plus exhaustives sur une grande partie de la tessiture de la harpe sont maintenant envisageables, afin d'étudier l'influence du jeu du musicien sur le son, et plus particulièrement des conditions initiales de pincement des cordes précises. Dans le cas du clavecin, une étude plus complète avec des musiciens, identique à celle déjà conduite sur la harpe est envisagée, afin de fournir des trajectoires réelles d'enfoncement de touche pour le robot.

Enfin, des améliorations peuvent être apportées au modèle d'interaction corde / plectre esquissé dans ce manuscrit. L'expérience montre clairement que le frottement sur la surface du plectre ne doit pas être négligé, et par conséquent qu'un effort tangent doit être pris en compte lors du contact corde / plectre en complément de l'effort normal. Il faudra ensuite prendre en compte la forme réelle du plectre, et remplacer le modèle de poutre utilisé pour calculer sa déformation par un modèle éléments finis plus général.

Bibliographie

- [Arakawa, 2004] ARAKAWA, H. (2004). The acoustical effect of a metal rose in a harpsichord : Part i. *Proceeding of the International Symposium on Musical Acoustics*.
- [Asch, 1999] ASCH, G. (1999). *Les capteurs en instrumentation industrielle - 5ème édition*. Dunod.
- [Astrom et Hagglund, 1995] ASTROM, K. J. et HAGGLUND, T. (1995). *PID controllers : theory, design, and tuning*. Instrument Society of America.
- [Atkeson et al., 2000] ATKESON, C. G., HALE, J. G., POLLOCK, F. E., RILEY, M., KOTOSAKA, S., SCHAUL, S., SHIBATA, T., TEVATIA, G., UDE, A., VIJAYAKUMAR, S. et OTHERS (2000). Using humanoid robots to study human behavior. *IEEE Intelligent Systems and their applications*, 15(4):46–56.
- [Balakrishnam et al., 2003] BALAKRISHNAM, A., KACHER, D. F., SLOCUM, A., KEMPER, C. et WARFIELD, S. K. (2003). Smart retractor for use in image guided neurosurgery. *In Proc. Summer Bioeng. Conf., Key Biscayne, FL*, pages 895–896.
- [Bicchi, 1992] BICCHI, A. (1992). A criterion for optimal design of multi-axis force sensors. *Robotics and Autonomous Systems*, 10(4):269–286.
- [Bretan et Weinberg, 2015] BRETAN, M. et WEINBERG, G. (2015). A Survey of Robotic Musicianship : Motivations, Challenges, and Opportunities. *Communications of the ACM*.
- [Bryanston-Cross et Gardner, 1988] BRYANSTON-CROSS, P. J. et GARDNER, J. W. (1988). Application of holographic interferometry to the vibrational analysis of the harpsichord. *Optics & Laser Technology*, 20(4):199–204.
- [Camillieri et Bueno, 2015] CAMILLIERI, B. et BUENO, M.-A. (2015). Doigt artificiel pour frottement sur surfaces pileuses. Lyon.
- [Cannata et al., 2010] CANNATA, G., DENEI, S. et MASTROGIOVANNI, F. (2010). A framework for representing interaction tasks based on tactile data. *In 2010 IEEE RO-MAN*, pages 698–703.
- [Carral, 2008] CARRAL, S. (2008). The influence of the plectrum thickness on the radiated sound of the guitar. *Proc of Acoustics '08*.
- [Castro et Cliquet, 1997] CASTRO, M. C. et CLIQUET, A., J. (1997). A low-cost instrumented glove for monitoring forces during object manipulation. *IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering*, 5(2):140–147.
- [Chabassier, 2012] CHABASSIER, J. (2012). *Modélisation et simulation numérique d'un piano par modèles physiques*. Thèse de doctorat, INRIA.
- [Chadefaux, 2012] CHADEFAUX, D. (2012). *Interaction musicien/instrument : le cas de la harpe de concert*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI.
- [Chadefaux et al., 2013a] CHADEFAUX, D., LE CARROU, J. et FABRE, B. (2013a). A model of harp plucking. *J. Acoust.Soc. Am.*, Vol. 133:pp. 2444–2455.

- [Chadefaux *et al.*, 2012a] CHADEFAUX, D., LE CARROU, J., FABRE, B. et DAUDET, L. (2012a). Experimentally based description of harp plucking. *J. Acoust.Soc. Am.*, 131:pp. 844–855.
- [Chadefaux *et al.*, 2012b] CHADEFAUX, D., LE CARROU, J., VITRANI, M., BILLOUT, S. et QUARTIER, L. (2012b). Harp plucking robotic finger. *IEEE / RJS International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages pp. 4886–4891.
- [Chadefaux *et al.*, 2013b] CHADEFAUX, D., LE CARROU, J. L., CONTE, S. L. et CASTELLENGO, M. (2013b). Analysis of the harpsichord plectrum-string interaction. *SMAC*, pages 155–160.
- [Chadefaux *et al.*, 2013c] CHADEFAUX, D., ROY, A., FABRE, B., LE CARROU, J. et VITRANI, M. (2013c). Bio-inspired robot to study stringed instruments : application to the harp. *In Sound and Music Computing Conference, KTH Royal Institute of Technology, Stockholm*.
- [Chan *et al.*, 2001] CHAN, T. F., VESE, L. et OTHERS (2001). Active contours without edges. *Image processing, IEEE transactions on*, 10(2):266–277.
- [Chang et Matsuoka, 2006] CHANG, L. Y. et MATSUOKA, Y. (2006). A kinematic thumb model for the ACT hand. *In Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006. Proceedings 2006 IEEE International Conference on*, pages 1000–1005. IEEE.
- [Chao et Chen, 1997] CHAO, L.-P. et CHEN, K.-T. (1997). Shape optimal design and force sensitivity evaluation of six-axis force sensors. *Sensors and Actuators A : Physical*, 63(2):105–112.
- [Chatterjee et Hadi, 1986] CHATTERJEE, S. et HADI, A. S. (1986). Influential Observations, High Leverage Points, and Outliers in Linear Regression. *Statistical Science*, 1(3):379–393.
- [Courtier et Giacomo, 2003] COURTIER, J.-C. et GIACOMO, P. (2003). Vocabulaire de la mesure. *Techniques de l'Ingénieur*, 113:2003.
- [Cuesta et Valette, 1989] CUESTA, C. et VALETTE, C. (1989). Le transitoire d'attaque des cordes de clavecin. *Acta Acustica united with Acustica*, 68(2):112–122.
- [Dannenberg *et al.*, 2005] DANNENBERG, R. B., BROWN, B., ZEGLIN, G. et LUPISH, R. (2005). McBlare : a robotic bagpipe player. *In Proceedings of the 2005 conference on New interfaces for musical expression*, pages 80–84. National University of Singapore.
- [Debregeas *et al.*, 2009] DEBREGEAS, G., PREVOST, A. et SCHNEIBERT, J. (2009). Toucher digital humain : transduction mécanique de l'information tactile et rôle des empreintes digitales.
- [Doutaut et Chaigne, 1994] DOUTAUT, V. et CHAIGNE, A. (1994). Numerical simulations of bar percussion instruments. *Le Journal de Physique IV*, 4(C5):C5–613.
- [Ferrand et Vergez, 2008] FERRAND, D. et VERGEZ, C. (2008). Blowing machine for wind musical instrument : toward a real-time control of the blowing pressure. *In Control and Automation, 2008 16th Mediterranean Conference on*, page 1562–1567. IEEE.
- [Fletcher, 1977] FLETCHER, N. (1977). Analysis of the design and performance of harpsichord. *Acustica*, 37:139–147.
- [Gilbert *et al.*, 1998] GILBERT, J., PONTUS, S. et PETIOT, J. (1998). Artificial buzzing lips and brass instruments : Experimental results. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 104(3):1627–1632.

-
- [Giordano et Winans II, 1999] GIORDANO, N. et WINANS II, J. (1999). Plucked strings and the harpsichord. *Journal of Sound and Vibration*, 224(3):455–473.
- [Givois, 2013] GIVOIS, A. (2013). Développement d’un outil de mesure et de caractérisation mécanique du plectre de clavecin pour la compréhension de l’harmonisation. Rapport technique, Institut Jean Le Rond d’Alembert, équipe Lutherie-Acoustique-Musique (LAM).
- [Griffel, 1994] GRIFFEL, D. H. (1994). The dynamics of plucking. *Journal of Sound and Vibration*, 175(3):289–297.
- [Grove, 2014] GROVE (2014). *The Grove Dictionary of Musical Instruments*. OUP USA.
- [Hajian et al., 1997] HAJIAN, A., SANCHEZ, D. et HOWE, R. (1997). Drum roll : increasing bandwidth through passive impedance modulation. In , *1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1997. Proceedings*, volume 3, pages 2294–2299 vol.3.
- [Hayashi, 2011] HAYASHI, E. (2011). Automated Piano : Techniques for Accurate Expression of Piano Playing. In SOLIS, J. et NG, K., éditeurs : *Musical Robots and Interactive Multimodal Systems*, numéro 74 de Springer Tracts in Advanced Robotics, pages 143–163. Springer Berlin Heidelberg.
- [Hirschhorn, 2004] HIRSCHKORN, M. C. (2004). *Dynamic model of a piano action mechanism*. Thèse de doctorat, University of Waterloo.
- [Hosoda et al., 2006] HOSODA, K., TADA, Y. et ASADA, M. (2006). Anthropomorphic robotic soft fingertip with randomly distributed receptors. *Robotics and Autonomous Systems*, 54:104–109.
- [Jordà, 2002] JORDÀ, S. (2002). Afasia : the ultimate homeric one-man-multimedia-band. In *Proceedings of the 2002 conference on New interfaces for musical expression*, pages 1–6. National University of Singapore.
- [Kajitani, 1992] KAJITANI, M. (1992). Simulation of Musical Performances. *Journal of Robotics and Mechatronics*, Vol.4(No.6):462–465.
- [Kapur, 2005] KAPUR, A. (2005). A history of robotic musical instruments. In *Proceedings of the International Computer Music Conference*, pages 21–28. Citeseer.
- [Kapur, 2011] KAPUR, A. (2011). Multimodal Techniques for Human/Robot Interaction. In *Musical Robots and Interactive Multimodal Systems*, pages 215–232. Springer.
- [Kato et al., 1987] KATO, I., OHTERU, S., SHIRAI, K., MATSUSHIMA, T., NARITA, S., SUGANO, S., KOBAYASHI, T. et FUJISAWA, E. (1987). The robot musician ‘WABOT-2’(WAseda roBOT-2). *Robotics*, 3(2):143–155.
- [Kim et al., 2012] KIM, I.-M., KIM, H.-S. et SONG, J.-B. (2012). Design of joint torque sensor and joint structure of a robot arm to minimize crosstalk and torque ripple. In *Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI), 2012 9th International Conference on*, pages 404–407. IEEE.
- [Kong et Lowe, 2005] KONG, Y.-K. et LOWE, B. D. (2005). Optimal cylindrical handle diameter for grip force tasks. *International Journal of Industrial Ergonomics*, 35(6):495–507.
-

- [Koo Lee *et al.*, 1993] KOO LEE, B., WILSON, J. F. et JIN OH, S. (1993). Elastica of cantilevered beams with variable cross sections. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 28(5): 579–589.
- [Lagrange, 1853] LAGRANGE, J. L. (1853). *Mécanique analytique*. Mallet-Bachelier.
- [Le Carrou *et al.*, 2012] LE CARROU, J., CHADEFAUX, D., VITRANI, M., BILLOUT, S. et QUARTIER, L. (2012). DROPIC : A tool for the study of string instruments in playing conditions. *Acoustics*.
- [Le Carrou *et al.*, 2014] LE CARROU, J.-L., CHADEFAUX, D., SEYDOUX, L. et FABRE, B. (2014). A low-cost high-precision measurement method of string motion. *Journal of Sound and Vibration*, 333(17):3881–3888.
- [Le Carrou *et al.*, 2008] LE CARROU, J. L., WAHLEN, E., BRASSEUR, E. et GILBERT, J. (2008). Two dimensional finger string interaction in the concert harp. *Acoustics*, pages 1495–1500.
- [Le Moyne *et al.*, 2008] LE MOYNE, S., CONTE, S. L. et OLLIVIER, F. (2008). Couchet harpsichord soundboard vibroacoustics behaviour : An application of the impact nearfield acoustical holography (IPNAH). *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123(5):3445–3445.
- [Le Moyne *et al.*, 2012] LE MOYNE, S., CONTE, S. L., OLLIVIER, F., FRELAT, J., BATTAULT, J. et VAIEDELICH, S. (2012). Restoration of a 17th-century harpsichord to playable condition : A numerical and experimental study. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131(1):888–896.
- [Lebosse *et al.*, 2008] LEBOSSE, C., BAYLE, B., de MATHELIN, M. et RENAUD, P. (2008). Non-linear modeling of low cost force sensors. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008*, pages 3437–3442.
- [Lozada, 2007] LOZADA, J. (2007). *Modélisation, contrôle haptique et nouvelle réalisation de claviers musicaux*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique.
- [Marchand, 2011] MARCHAND, L. (2011). Analyse expérimentales des contraintes.
- [Mirtich, 1995] MIRTICH, B. (1995). Fast and accurate computation of polyhedral mass properties.
- [Morel et Dubowsky, 1996] MOREL, G. et DUBOWSKY, S. (1996). The precise control of manipulators with joint friction : a base force/torque sensor method. In *, 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1996. Proceedings*, volume 1, pages 360–365 vol.1.
- [Papadopoulos et Wiggins, 1999] PAPADOPOULOS, G. et WIGGINS, G. (1999). AI methods for algorithmic composition : A survey, a critical view and future prospects. In *AISB Symposium on Musical Creativity*, pages 110–117. Edinburgh, UK.
- [Park *et al.*, 2012] PARK, C., KYUNG, J. H., CHOI, T.-Y., DO, H. M., PARK, D.-I. et KIM, B.-I. (2012). Study on the requirements of joint torque sensors considering mechanical condition of the joint mechanism of a manipulator. In *Control, Automation and Systems (ICCAS), 2012 12th International Conference on*, pages 2114–2116. IEEE.
- [Penttinen, 2006] PENTTINEN, H. (2006). On the dynamics of the harpsichord and its synthesis. In *Proc. 9th Int. Conf. on Digital Audio Effects (DAFx-06)*, page 115–120.

-
- [Perng *et al.*, 2010] PERNG, C. J., SMITH, J. et ROSSING, T. (2010). Physical modeling of the harpsichord plectrum-string interaction. In *Proceedings of the 13th International Conference on Digital Audio Effects (DAFx-10)*.
- [Perng *et al.*, 2011a] PERNG, C. J., SMITH, J. et ROSSING, T. (2011a). Harpsichord sound synthesis using a physical plectrum model interfaced with the digital waveguide. *International Conference on Digital Audio Effects (DAFx-11)*.
- [Perng *et al.*, 2011b] PERNG, C. J., SMITH, J. O. et ROSSING, T. D. (2011b). Physical model of the harpsichord plectrum-string interaction during slip-off. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 129(4):2543–2543.
- [Perng, 2012] PERNG, C.-Y. J. (2012). *Physical modeling of the harpsichord plectrum-string interaction*. Thèse de doctorat, Stanford University.
- [Petersen, 2008] PETERSEN, T. (2008). *A Comparison of 2D-3D Pose Estimation Methods*. Thèse de doctorat.
- [Reis *et al.*, 2013] REIS, M., CASTRO, R. et MELLO, O. (2013). Calibration uncertainty estimation of a strain-gage external balance. *Measurement*, 46(1):24–33.
- [Scheibert *et al.*, 2004] SCHEIBERT, J., PREVOST, A., DEBRÉGAS, G., ROUSIER, R. et REY, P. (2004). A novel biomimetic haptic sensor to study the physics of touch. In *Colloque Mé, nanotransduction, Paris*. <http://www.lps.ens.fr/scheibert/MT2004.pdf>.
- [Serridge et Licht, 1987] SERRIDGE, M. et LICHT, T. (1987). *Piezoelectric Accelerometers and Vibration Preamplifiers Handbook*. Bruel & Kjaer, bruel & kjaer édition.
- [Sloane, 1988] SLOANE, C. (1988). The effects of plectrum parameters on harpsichord sound. *Journal of Sound and Vibration*, 125(1):185–186.
- [Solis *et al.*, 2011] SOLIS, J., TAKANISHI, A. et HASHIMOTO, K. (2011). Bio-inspired design and control of the waseda saxophonist robot. In *13th World Congress in Mechanism and Machine Science, Guanajuato, México*.
- [Solis *et al.*, 2007] SOLIS, J., TANIGUCHI, K., NINOMIYA, T., YAMAMOTO, T. et TAKANISHI, A. (2007). The waseda flutist robot no. 4 refined IV : enhancing the sound clarity and the articulation between notes by improving the design of the lips and tonguing mechanisms. In *Intelligent Robots and Systems, 2007. IROS 2007. IEEE/RSJ International Conference on*, page 2041–2046. IEEE.
- [Spencer, 1981] SPENCER, M. (1981). Harpsichord physics. *The Galpin Society Journal*, 34:2.
- [Tada et Hosoda, 2007] TADA, Y. et HOSODA, K. (2007). Acquisition of multi-modal expression of slip through pick-up experiences. *Advanced Robotics*, 21(5-6):601–617.
- [Valette, 1988] VALETTE, C. (1988). Evolution temporelle de la vibration des cordes de clavecin. *Acta Acustica united with Acustica*, 66(1):37–45.
- [Valette et Cuesta, 1993] VALETTE, C. et CUESTA, C. (1993). *Valette Mécanique de la corde vibrante*. Hermes édition.
-

- [Välimäki *et al.*, 2004] VÄLIMÄKI, V., PENTTINEN, H., KNIF, J., LAURSON, M. et ERKUT, C. (2004). Sound synthesis of the harpsichord using a computationally efficient physical model. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2004:934–948.
- [Vande Weghe *et al.*, 2004] VANDE WEGHE, M., ROGERS, M., WEISSERT, M. et MATSUOKA, Y. (2004). The ACT hand : design of the skeletal structure. In *Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA'04. 2004 IEEE International Conference on*, volume 4, pages 3375–3379. IEEE.
- [Vecchi *et al.*, 2000] VECCHI, F., FRESCHI, C., MICERA, S., SABATINI, A. M., DARIO, P., SACCHETTI, R. et OTHERS (2000). Experimental evaluation of two commercial force sensors for applications in biomechanics and motor control. In *5th Ann. Conf. of Int. FES*.
- [Vitrani et Morel, 2012] VITRANI, M. et MOREL, G. (2012). Modélisation pour la robotique. Institut des Systèmes Intelligents et de Robotique.
- [Weinberg et Driscoll, 2007] WEINBERG, G. et DRISCOLL, S. (2007). The Design of a Perceptual and Improvisational Robotic Marimba Player. In *The 16th IEEE International Symposium on Robot and Human interactive Communication, 2007. RO-MAN 2007*, pages 769–774.
- [Wettels *et al.*, 2008] WETTELS, N., SANTOS, V. J., JOHANSSON, R. S. et LOEB, G. E. (2008). Biomimetic Tactile Sensor Array. *Advanced Robotics*, 22(8):829–849.
- [Yuan *et al.*, 2015] YUAN, C., LUO, L.-P., YUAN, Q., WU, J., YAN, R.-J., KIM, H., SHIN, K.-S. et HAN, C.-S. (2015). Development and evaluation of a compact 6-axis force/moment sensor with a serial structure for the humanoid robot foot. *Measurement*, 70:110–122.
- [Zhang *et al.*, 2011] ZHANG, A., MALHOTRA, M. et MATSUOKA, Y. (2011). Musical piano performance by the ACT Hand. In *Robotics and Automation (ICRA), 2011 IEEE International Conference on*, pages 3536–3541. IEEE.
- [Zhang, 2000] ZHANG, Z. (2000). A flexible new technique for camera calibration. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(11):1330–1334.
- [Ziegler et Nichols, 1942] ZIEGLER, J. G. et NICHOLS, N. B. (1942). Optimum settings for automatic controllers. *trans. ASME*, 64(11).

Effort de pincement de la harpe et du clavecin

Cette annexe détaille la méthode employée pour estimer les efforts de pincement des cordes de harpe et de clavecin de la figure 2.4, au chapitre 2.

A.1 Méthode de calcul

Cette méthode permet d'estimer l'effort de pincement d'une corde souple, fixe au deux extrémités, avec une condition initiale en déplacement h et lâchée sans vitesse initiale [Valette et Cuesta, 1993]. Nous commençons tout d'abord pour chaque instrument par mesurer les longueurs des cordes L , leurs diamètres d , et leur fréquence fondamentale f_0 . Connaissant les matériaux des cordes, nous déduisons leur masse linéique μ . Dans le cas d'une corde simple, $\mu = \rho\pi\frac{d^2}{4}$, où ρ est la masse volumique du matériau, mais dans le cas des cordes filées [Chabassier, 2012], $\mu = (\frac{\pi}{4})^2\rho_g d^2 + (\frac{\pi}{4}\rho_a - (\frac{\pi}{4})^2\rho_g)d_a^2$, où ρ_g est la masse volumique du matériau du filage, ρ_a la masse volumique du matériau de l'âme et d_a le diamètre de l'âme (voir figure A.1). Enfin la tension T de la corde est calculée de manière classique par :

$$T = 4\mu(Lf_0)^2 \quad (\text{A.1})$$

Nous supposons que la corde est éloignée d'une hauteur h de sa position d'équilibre en un point M , situé à une distance x_0 du point d'encastrement A (voir figure A.2). La hauteur h est très inférieure à la longueur L de la corde, de telle sorte que les angles α et β formé par les segments $[AM]$ et $[MB]$ de la corde sont petits. L'action qui a permis de pincer la corde en l'élevant d'une hauteur h est modélisée par une force $\vec{F} = F\vec{y}$, qui est à l'équilibre avec la

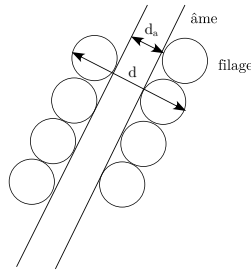


Fig. A.1 Schéma d'une corde filée.

tension de la corde. On note T_- et T_+ les projections de la tension \vec{T} selon \vec{y} respectivement dans les segments $[AM]$ et $[MB]$. Le principe fondamental de la statique, projeté sur \vec{y} , nous donne alors la relation entre F , T_- et T_+ :

$$F = T_- + T_+ \quad (\text{A.2})$$

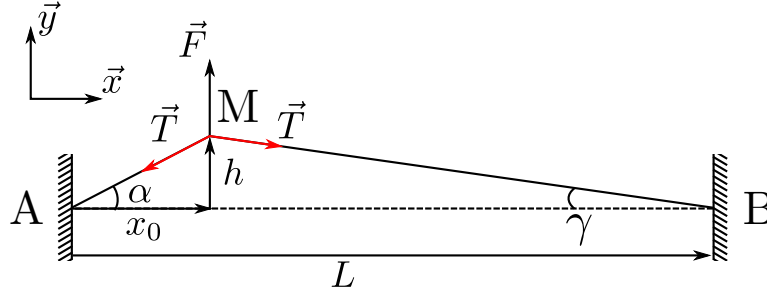


Fig. A.2 Schéma de pincement d'une corde souple, soumise à un effort F , imposant un déplacement initial h , sans vitesse de lâcher.

En projetant la tension \vec{T} dans chacun des segments selon \vec{y} et en utilisant l'approximation des petits angles sur α et β , nous avons :

$$\begin{cases} T_- = T \sin \alpha = T \alpha = T \tan \alpha = \frac{Th}{x_0} \\ T_+ = T \sin \beta = T \beta = T \tan \beta = \frac{Th}{L-x_0} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Ensuite, l'effort de pincement de la corde F est calculé :

$$F = T_- + T_+ = \frac{hTL}{x_0(L-x_0)} \quad (\text{A.4})$$

Nous remarquons que l'effort $-F$ qui s'oppose à F peut alors être assimilé au point M à une force de rappel de raideur $K_s = \frac{TL}{x_0(L-x_0)}$ ¹ :

$$-F = -\frac{hTL}{x_0(L-x_0)} = -K_s h \quad (\text{A.5})$$

A.2 Données mesurées sur les instruments

Nous avons mesuré sur les cordes de la harpe² et du clavecin³ que nous avons étudiés les paramètres suivant :

- la longueur L ,
- le diamètres d ,
- le diamètre de l'âme d_a lorsque c'était nécessaire,

1. $K_s = \frac{T}{L\beta(L-\beta)}$ si on note $\beta = \frac{x_0}{L}$ le rapport de pincement
 2. Harpe de modèle *Atlantic Prestique* de chez *Camac*, disposant de 47 cordes.
 3. Clavecin de modèle Flamand, possédant 56 cordes et un unique jeu de 8'.

Instrument	Harpe				Clavecin		
Matériau	nylon	boyau	acier	laiton	laiton rouge	laiton jaune	acier
Masse volumique ρ [kg/m ³]	1180	975	7830	8385	8668	7756	7381

Table A.1 Masse volumique estimée pour les cordes de harpe et de clavecin à partir d'échantillons.

- la fréquences fondamentales f_0
- la distance x_0 ⁴.

La masse volumique ρ des cordes est estimée pour chaque matériau de corde différent, à partir de la mesure de la masse d'un échantillon d'une corde de ce matériau et de l'estimation du volume de l'échantillon. Les valeurs obtenues sont données dans la table A.1.

La masse linéique μ , les tensions des cordes et les efforts de pincement ont été calculés avec les formules de la section A.1. L'écart h de la corde par rapport à sa position de repos a été estimé sur la 32^e corde à 20 mm [Chadefaux *et al.*, 2012a] pour la harpe. Les valeurs de h pour les autres cordes sont ensuite estimée pour garder le rapport $\frac{h}{L}$ constant ($\frac{h}{L} = \frac{199}{4}$), de manière à imposer aux cordes des déformées initiales similaires. Nous avons procédé de la même manière avec le clavecin en mesurant $h = 1$ mm sur la 37^e corde.

Les résultats sont données dans les tables A.2 pour la harpe et A.3 pour le clavecin, et ont servis à établir le graphique de la figure 2.4 au chapitre 2. Il est intéressant de noter que les valeurs de tension calculées sont assez similaires sur ce graphique mais que les efforts sont très différents, essentiellement à cause de la valeur du déplacement initial h .

A.2.1 Cas de la harpe

N°	Nom	f_0 [Hz]	L [mm]	Matériau	d [mm]	d_a [mm]	x_0 [mm]	h [mm]	μ [kg/m]	T [N]	F [N]
1	Gb6	2960,00	80,00	nylon	0,50	0,00	26,67	1,61	2,32E-04	51,97	4,71
2	Fb6	2637,00	85,00	nylon	0,50	0,00	28,33	1,71	2,32E-04	46,56	4,22
3	Eb6	2489,00	90,00	nylon	0,51	0,00	30,00	1,81	2,41E-04	48,38	4,38
4	Db6	2217,00	100,00	nylon	0,55	0,00	33,33	2,01	2,80E-04	55,12	4,99
5	Cb6	1975,00	105,00	nylon	0,60	0,00	35,00	2,11	3,34E-04	57,39	5,19
6	Bb5	1865,00	115,00	nylon	0,61	0,00	38,33	2,31	3,45E-04	63,45	5,74
7	Ab5	1661,00	125,00	nylon	0,66	0,00	41,67	2,51	4,04E-04	69,61	6,29
8	Gb5	1480,00	135,00	nylon	0,70	0,00	45,00	2,71	4,54E-04	72,51	6,55
9	Fb5	1318,50	155,00	nylon	0,68	0,00	51,67	3,12	4,29E-04	71,59	6,48
10	Eb5	1244,50	165,00	boyau	0,75	0,00	55,00	3,32	5,21E-04	87,92	7,96
11	Db5	1109,00	180,00	boyau	0,77	0,00	60,00	3,62	4,54E-04	72,37	6,55
12	Cb5	988,00	200,00	boyau	0,75	0,00	66,67	4,02	4,31E-04	67,27	6,08
13	Bb4	932,00	220,00	boyau	0,86	0,00	73,33	4,42	5,66E-04	95,24	8,61
14	Ab4	831,00	240,00	boyau	0,91	0,00	80,00	4,82	6,34E-04	100,89	9,12
15	Gb4	740,00	260,00	boyau	0,91	0,00	86,67	5,23	6,34E-04	93,90	8,50
16	Fb4	698,50	280,00	boyau	0,98	0,00	93,33	5,63	7,35E-04	112,53	10,18
17	Eb4	622,00	300,00	boyau	0,96	0,00	100,00	6,03	7,06E-04	98,29	8,89

4. La distance au point de pincement x_0 a été mesurée sur le clavecin uniquement et approchée par $\frac{L}{3}$ pour la harpe [Chadefaux, 2012]

Annexe A. Effort de pincement de la harpe et du clavecin

N°	Nom	f_0 [Hz]	L [mm]	Matériau	d [mm]	d_a [mm]	x_0 [mm]	h [mm]	μ [kg/m]	T [N]	F [N]
18	Db4	554,00	320,00	boyau	1,00	0,00	106,67	6,43	7,66E-04	96,27	8,70
19	Cb4	494,00	340,00	boyau	1,09	0,00	113,33	6,83	9,10E-04	102,66	9,28
20	Bb3	466,00	375,00	boyau	1,09	0,00	125,00	7,54	9,10E-04	111,13	10,06
21	Ab3	415,00	410,00	boyau	1,12	0,00	136,67	8,24	9,61E-04	111,24	10,06
22	Gb3	370,00	440,00	boyau	1,19	0,00	146,67	8,84	1,08E-03	114,96	10,39
23	Fb3	330,00	470,00	boyau	1,24	0,00	156,67	9,45	1,18E-03	113,30	10,25
24	Eb3	311,00	515,00	boyau	1,25	0,00	171,67	10,35	1,20E-03	122,77	11,10
25	Db3	277,00	560,00	boyau	1,29	0,00	186,67	11,26	1,27E-03	122,65	11,10
26	Cb3	247,00	610,00	boyau	1,46	0,00	203,33	12,26	1,63E-03	148,22	13,41
27	Bb2	233,00	660,00	boyau	1,47	0,00	220,00	13,27	1,65E-03	156,53	14,16
28	Ab2	208,00	720,00	boyau	1,64	0,00	240,00	14,47	2,06E-03	184,77	16,71
29	Gb2	185,00	790,00	boyau	1,72	0,00	263,33	15,88	2,27E-03	193,56	17,51
30	Fb2	165,00	870,00	boyau	1,83	0,00	290,00	17,49	2,56E-03	211,38	19,12
31	Eb2	156,00	940,00	boyau	1,88	0,00	313,33	18,89	2,71E-03	232,80	21,05
32	Db2	139,00	995,00	boyau	1,96	0,00	331,67	20,00	2,94E-03	225,08	20,36
33	Cb2	123,00	1050,00	boyau	2,09	0,00	350,00	21,11	3,34E-03	223,17	20,19
34	Bb1	117,00	1105,00	boyau	2,13	0,00	368,33	22,21	3,47E-03	232,28	21,01
35	Ab1	104,00	1145,00	boyau	2,24	0,00	381,67	23,02	3,84E-03	217,94	19,72
36	Gb1	92,50	1185,00	filée	1,64	0,76	395,00	23,82	9,23E-03	443,37	40,11
37	Fb1	83,00	1220,00	filée	1,75	0,83	406,67	24,52	9,86E-03	404,51	36,59
38	Eb1	78,00	1255,00	filée	1,86	0,92	418,33	25,23	1,05E-02	403,22	36,48
39	Db1	69,00	1280,00	filée	1,96	0,88	426,67	25,73	1,10E-02	343,15	31,04
40	Cb1	62,00	1315,00	filée	2,05	1,07	438,33	26,43	1,16E-02	309,73	28,01
41	Bb0	58,00	1345,00	filée	2,23	1,09	448,33	27,04	1,26E-02	306,70	27,75
42	Ab0	51,90	1375,00	filée	2,27	1,09	458,33	27,64	1,28E-02	260,87	23,60
43	Gb0	46,20	1415,00	filée	2,42	1,12	471,67	28,44	1,36E-02	232,68	21,05
44	Fb0	41,20	1450,00	filée	2,54	1,04	483,33	29,15	1,42E-02	202,06	18,28
45	Eb0	38,90	1475,00	filée	2,57	1,13	491,67	29,65	1,44E-02	189,59	17,15
46	Db0	34,60	1510,00	filée	2,77	1,13	503,33	30,35	1,54E-02	168,49	15,24
47	Cb0	30,80	1540,00	filée	2,98	1,18	513,33	30,95	1,66E-02	149,09	13,48

Table A.2: Caractéristiques des cordes de harpe, modèle *Atlantic Prestige*, Camac, 47 cordes.

A.2.2 Cas du clavecin

N°	Nom	f_0 [Hz]	L [mm]	Matériau	d [mm]	x_0 [mm]	h [mm]	μ [kg/m]	T [N]	F [N]
1	G1	46,21	1647,00	laiton rouge	0,60	190,00	3,45	2,45E-03	56,80	1,16
2		48,96	1627,00	laiton rouge	0,57	188,00	3,40	2,21E-03	56,15	1,15
3	A1	51,87	1614,00	laiton rouge	0,58	187,00	3,38	2,29E-03	64,22	1,31
4		54,96	1597,00	laiton rouge	0,50	183,00	3,34	1,70E-03	52,44	1,08
5	B1	58,23	1580,00	laiton rouge	0,52	182,00	3,31	1,84E-03	62,32	1,28
6	C2	61,69	1547,00	laiton jaune	0,47	179,00	3,24	1,35E-03	49,02	1,00
7		65,36	1531,00	laiton jaune	0,49	177,00	3,20	1,46E-03	58,58	1,20
8	D2	69,24	1498,00	laiton jaune	0,52	175,00	3,13	1,65E-03	70,89	1,44
9		73,36	1479,00	laiton jaune	0,53	174,00	3,09	1,71E-03	80,58	1,62
10	E2	77,72	1436,00	laiton jaune	0,53	172,00	3,00	1,71E-03	85,26	1,69
11	F2	82,35	1399,00	laiton jaune	0,46	170,00	2,93	1,29E-03	68,43	1,34
12		87,24	1366,00	laiton jaune	0,46	169,00	2,86	1,29E-03	73,22	1,41
13	G2	92,43	1326,00	laiton jaune	0,47	164,00	2,77	1,35E-03	80,85	1,56
14		97,93	1295,00	laiton jaune	0,38	163,00	2,71	8,80E-04	56,58	1,08
15	A2	103,75	1254,00	laiton jaune	0,39	161,00	2,62	9,27E-04	62,73	1,17
16		109,92	1214,00	laiton jaune	0,35	160,00	2,54	7,46E-04	53,15	0,97

A.2. Données mesurées sur les instruments

N°	Nom	f_0 [Hz]	L [mm]	Matériau	d [mm]	x_0 [mm]	h [mm]	μ [kg/m]	T [N]	F [N]
17	B2	116,45	1176,00	laiton jaune	0,36	159,00	2,46	7,89E-04	59,23	1,06
18	C3	123,38	1140,00	laiton jaune	0,36	156,00	2,38	7,89E-04	62,47	1,11
19		130,72	1100,00	acier	0,36	154,00	2,30	7,51E-04	62,13	1,08
20	D3	138,49	1058,00	acier	0,39	152,00	2,21	8,82E-04	75,72	1,29
21		146,72	1021,00	acier	0,38	149,00	2,14	8,37E-04	75,14	1,26
22	E3	155,45	983,00	acier	0,42	148,00	2,06	1,02E-03	95,51	1,56
23	F3	164,69	944,00	acier	0,41	147,00	1,97	9,74E-04	94,21	1,50
24		174,48	905,00	acier	0,39	144,00	1,89	8,82E-04	87,94	1,38
25	G3	184,86	869,00	acier	0,43	143,00	1,82	1,07E-03	110,64	1,68
26		195,85	830,00	acier	0,41	140,00	1,74	9,74E-04	103,00	1,54
27	A3	207,50	793,00	acier	0,40	138,00	1,66	9,28E-04	100,45	1,46
28		219,84	756,00	acier	0,38	137,00	1,58	8,37E-04	92,49	1,30
29	B3	232,91	719,00	acier	0,37	136,00	1,50	7,94E-04	89,02	1,21
30	C4	246,76	683,00	acier	0,37	135,00	1,43	7,94E-04	90,17	1,19
31		261,43	650,00	acier	0,37	132,00	1,36	7,94E-04	91,67	1,18
32	D4	276,98	616,00	acier	0,34	130,00	1,29	6,70E-04	78,03	0,98
33		293,45	584,00	acier	0,36	128,00	1,22	7,51E-04	88,26	1,08
34	E4	310,90	555,00	acier	0,40	127,00	1,16	9,28E-04	110,46	1,31
35	F4	329,38	526,00	acier	0,36	126,00	1,10	7,51E-04	90,21	1,04
36		348,97	500,00	acier	0,34	125,00	1,05	6,70E-04	81,61	0,91
37	G4	369,72	478,00	acier	0,43	120,00	1,00	1,07E-03	133,91	1,49
38		391,70	447,00	acier	0,37	119,00	0,94	7,94E-04	97,32	1,04
39	A4	415,00	423,00	acier	0,40	118,00	0,88	9,28E-04	114,33	1,19
40		439,67	401,00	acier	0,37	118,00	0,84	7,94E-04	98,68	0,99
41	B4	465,82	380,00	acier	0,33	115,00	0,79	6,31E-04	79,12	0,78
42	C5	493,52	360,00	acier	0,39	113,00	0,75	8,82E-04	111,33	1,08
43		522,86	340,00	acier	0,38	111,00	0,71	8,37E-04	105,82	1,01
44	D5	553,95	321,00	acier	0,32	110,00	0,67	5,94E-04	75,08	0,70
45		586,89	303,00	acier	0,34	109,00	0,63	6,70E-04	84,77	0,77
46	E5	621,79	289,00	acier	0,32	108,00	0,60	5,94E-04	76,67	0,69
47	F5	658,77	272,00	acier	0,31	107,00	0,57	5,57E-04	71,55	0,63
48		697,94	257,00	acier	0,31	105,00	0,54	5,57E-04	71,69	0,62
49	G5	739,44	244,00	acier	0,32	104,00	0,51	5,94E-04	77,29	0,66
50		783,41	230,00	acier	0,33	103,00	0,48	6,31E-04	81,98	0,69
51	A5	829,99	217,00	acier	0,34	101,00	0,45	6,70E-04	86,95	0,73
52		879,35	205,00	acier	0,29	99,00	0,43	4,88E-04	63,37	0,53
53	B5	931,64	193,00	acier	0,34	98,00	0,40	6,70E-04	86,66	0,73
54	C6	987,03	181,00	acier	0,27	97,00	0,38	4,23E-04	53,95	0,45
55		1045,73	170,00	acier	0,32	96,00	0,36	5,94E-04	75,04	0,64
56	D6	1107,91	160,00	acier	0,32	95,00	0,33	5,94E-04	74,61	0,65

Table A.3: Caractéristiques des cordes de clavecin, modèle Flamand, 56 cordes, jeu de 8'.

Compléments de conception du robot

Cette annexe contient les fiches techniques des actionneurs du robot (moteur, réducteur, codeurs) et des jauges de contraintes du capteur d'effort. Une partie de cette annexe est consacrée au détails de calcul des incertitudes de mesure liées au capteur d'effort du chapitre 3.

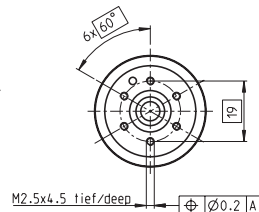
B.1 Fiches techniques du robot

Les références des pièces du robot achetées dans le commerce sont données dans la table B.1 accompagnées de leur fiches techniques.

Pièce	Fournisseur	Références
moteur	<i>Maxon Motors</i>	RE-35 285792
réducteur	<i>Maxon Motors</i>	GP42C 203115
codeurs	<i>Maxon Motors</i>	HEDL 5540 110513
courroies	<i>Radiospare</i>	Synchroflex 474-5016
poules	<i>Radiospare</i>	modèle 1F 744-514
jauges de contrainte	<i>Vishay Precision Group</i>	EA-06-062AQ-350/E

Table B.1 *Références des parties mécaniques du robot.*

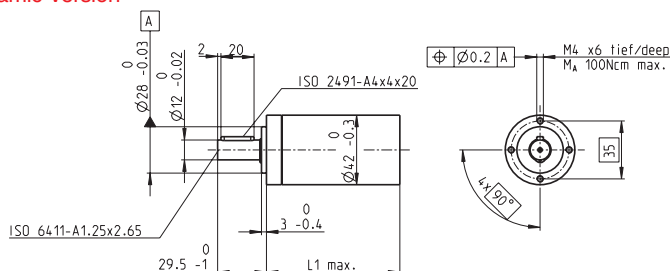
maxon DC motor



V

Planetary Gearhead GP 42 C Ø42 mm, 3 - 15 Nm

Ceramic Version



Technical Data

Planetary Gearhead	straight teeth
Output shaft	stainless steel
Bearing at output	preloaded ball bearings
Radial play, 12 mm from flange	max. 0.06 mm
Axial play at axial load	< 5 N 0 mm > 5 N max. 0.3 mm
Max. permissible axial load	150 N
Max. permissible force for press fits	300 N
Sense of rotation, drive to output	=
Recommended input speed	< 8000 rpm
Recommended temperature range	-40 ... +100°C
Number of stages	1 2 3 4
Max. radial load, 12 mm from flange	120 N 150 N 150 N 150 N

M 1:4

- Stock program
- Standard program
- Special program (on request)

Order Number

	203113	203115	203119	203120	203124	203129	203128	203133	203137	203141
Gearhead Data										
1 Reduction	3.5 : 1	12 : 1	26 : 1	43 : 1	81 : 1	156 : 1	150 : 1	285 : 1	441 : 1	756 : 1
2 Reduction absolute	7/2	49/4	26	343/8	2197/27	156	2401/16	15379/54	441	756
10 Mass inertia gcm ²	14	15	9.1	15	9.4	9.1	15	15	14	14
3 Max. motor shaft diameter mm	10	10	8	10	8	8	10	10	10	10
Order Number	203114	203116	260552*	203121	203125	260553*	203130	203134	203138	203142
1 Reduction	4.3 : 1	15 : 1	36 : 1	53 : 1	91 : 1	216 : 1	186 : 1	319 : 1	488 : 1	936 : 1
2 Reduction absolute	13/3	91/6	36/1	637/12	91	216/1	4459/24	637/2	4394/9	936
10 Mass inertia gcm ²	9.1	15	5.0	15	5.0	15	15	15	9.4	9.1
3 Max. motor shaft diameter mm	8	10	4	10	10	4	10	10	8	8
Order Number	260551*	203117		203122	203126		203131	203135	203139	260554*
1 Reduction	6 : 1	19 : 1		66 : 1	113 : 1		230 : 1	353 : 1	546 : 1	1296 : 1
2 Reduction absolute	6/1	169/9		1183/18	338/3		8281/36	28561/81	546	1296/1
10 Mass inertia gcm ²	4.9	9.4		15	9.4		15	15	14	5.0
3 Max. motor shaft diameter mm	4	8		10	8		10	8	10	4
Order Number		203118		203123	203127		203132	203136	203140	
1 Reduction		21 : 1		74 : 1	126 : 1		257 : 1	394 : 1	676 : 1	
2 Reduction absolute		21		147/2	126		1029/4	1183/3	676	
10 Mass inertia gcm ²		14		15	14		15	15	9.1	
3 Max. motor shaft diameter mm		10		10	10		10	10	8	
4 Number of stages	1	2	2	3	3	3	4	4	4	4
5 Max. continuous torque Nm	3.0	7.5	7.5	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0
6 Intermittently permissible torque at gear output Nm	4.5	11.3	11.3	22.5	22.5	22.5	22.5	22.5	22.5	22.5
7 Max. efficiency %	90	81	81	72	72	72	64	64	64	64
8 Weight g	260	360	360	460	460	460	560	560	560	560
9 Average backlash no load °	0.6	0.8	0.8	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
11 Gearhead length L1** mm	41.0	55.5	55.5	70.0	70.0	70.0	84.5	84.5	84.5	84.5

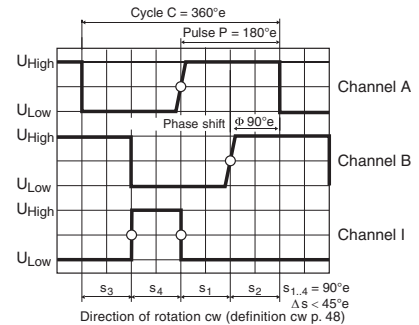
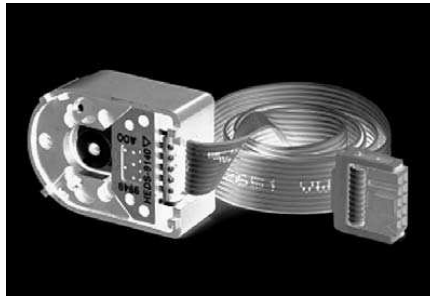
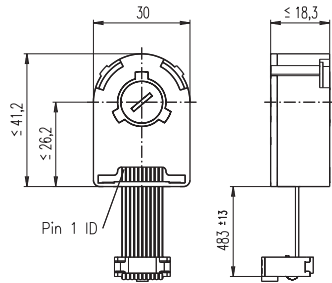
* no combination with EC 45 (150 W and 250 W) ** for EC 45 flat L1 is - 3.5 mm



maxon Modular System

+ Motor	Page	+ Sensor	Page	+ Brake	Page	Overall length [mm] = Motor length + gearhead length + (sensor / brake) + assembly parts									
RE 35, 90 W	81					112.1	126.6	126.6	141.1	141.1	155.6	155.6	155.6	155.6	
RE 35, 90 W	81	MR	263			123.5	138.0	138.0	152.5	152.5	167.0	167.0	167.0	167.0	
RE 35, 90 W	81	HED_5540	266/268			132.8	147.3	147.3	161.8	161.8	176.3	176.3	176.3	176.3	
RE 35, 90 W	81	DCT 22	276			130.2	144.7	144.7	159.2	159.2	173.7	173.7	173.7	173.7	
RE 35, 90 W	81			AB 28	318	148.2	162.7	162.7	177.2	177.2	191.7	191.7	191.7	191.7	
RE 40, 150 W	82					112.1	126.6	126.6	141.1	141.1	155.6	155.6	155.6	155.6	
RE 40, 150 W	82	MR	263			123.5	138.0	138.0	152.5	152.5	167.0	167.0	167.0	167.0	
RE 40, 150 W	82	HED_5540	266/268			132.8	147.3	147.3	161.8	161.8	176.3	176.3	176.3	176.3	
RE 40, 150 W	82	HEDL 9140	271			166.2	180.7	180.7	195.2	195.2	209.7	209.7	209.7	209.7	
RE 40, 150 W	82			AB 28	318	148.2	162.7	162.7	177.2	177.2	191.7	191.7	191.7	191.7	
RE 40, 150 W	82			AB 28	319	156.2	170.7	170.7	185.2	185.2	199.7	199.7	199.7	199.7	
RE 40, 150 W	82	HED_5540	266/268	AB 28	318	165.3	179.8	179.8	194.3	194.3	208.8	208.8	208.8	208.8	
RE 40, 150 W	82	HEDL 9140	271	AB 28	319	176.7	191.2	191.2	205.7	205.7	220.2	220.2	220.2	220.2	
EC 40, 120 W	154					111.1	125.6	125.6	140.1	140.1	154.6	154.6	154.6	154.6	
EC 40, 120 W	154	HED_5540	267/268			129.5	144.0	144.0	158.5	158.5	173.0	173.0	173.0	173.0	
EC 40, 120 W	154	Res 26	277			137.7	152.2	152.2	166.7	166.7	181.2	181.2	181.2	181.2	
EC 40, 120 W	154			AB 28	318	141.9	156.4	156.4	170.9	170.9	185.4	185.4	185.4	185.4	
EC 45, 150 W	155					152.3	166.8	166.8	181.3	181.3	195.8	195.8	195.8	195.8	
EC 45, 150 W	155	HEDL 9140	271			167.9	182.4	182.4	196.9	196.9	211.4	211.4	211.4	211.4	
EC 45, 150 W	155	Res 26	277			152.3	166.8	166.8	181.3	181.3	195.8	195.8	195.8	195.8	
EC 45, 150 W	155			AB 28	319	159.7	174.2	174.2	188.7	188.7	203.2	203.2	203.2	203.2	
EC 45, 150 W	155	HEDL 9140	271	AB 28	319	176.7	191.2	191.2	205.7	205.7	220.2	220.2	220.2	220.2	
EC 45 flat, 30 W	193					53.9	68.4	68.4	82.9	82.9	97.4	97.4	97.4	97.4	
EC 45 flat, 50 W	194					58.8	73.3	73.3	87.8	87.8	102.3	102.3	102.3	102.3	
EC 45 fi, IE, IP 00	195					72.7	87.2	87.2	101.7	101.7	116.2	116.2	116.2	116.2	
EC 45 fi, IE, IP 40	195					74.9	89.4	89.4	103.9	103.9	118.4	118.4	118.4	118.4	
EC 45 fi, IE, IP 00	196					77.7	92.2	92.2	106.7	106.7	121.2	121.2	121.2	121.2	
EC 45 fi, IE, IP 40	196					79.9	94.4	94.4	108.9	108.9	123.4	123.4	123.4	123.4	

Encoder HEDL 5540, 500 CPT, 3 Channels, with Line Driver RS 422



- ☒ Stock program
☐ Standard program
☐ Special program (on request)

Order Number

110512 110514 110516

Type

Counts per turn	500	500	500
Number of channels	3	3	3
Max. operating frequency (kHz)	100	100	100
Max. speed (rpm)	12000	12000	12000
Shaft diameter (mm)	3	4	6

maxon Modular System

+ Motor	Page	+ Gearhead	Page	+ Brake	Page	Overall length [mm] / • see Gearhead
RE 25	77/79					75.3
RE 25	77/79	GP 26 / GP 32	228/230			
RE 25	77/79	KD 32, 1.0 - 4.5 Nm	236			
RE 25	77/79	GP 32, 0.75 - 6.0 Nm	231/233			
RE 25	77/79	GP 32 S	249-251			
RE 25, 20 W	79			AB 28	318	105.7
RE 25, 20 W	79	GP 26 / GP 32	228/230	AB 28	318	
RE 25, 20 W	79	KD 32, 1.0 - 4.5 Nm	236	AB 28	318	
RE 25, 20 W	79	GP 32, 0.75 - 6.0 Nm	231/233	AB 28	318	
RE 25, 20 W	79	GP 32 S	249-251	AB 28	318	
RE 35, 90 W	81					91.7
RE 35, 90 W	81	GP 32, 0.75 - 4.5 Nm	230			
RE 35, 90 W	81	GP 32, 0.75 - 6.0 Nm	232/233			
RE 35, 90 W	81	GP 32, 4.0 - 8.0 Nm	235			
RE 35, 90 W	81	GP 42, 3.0 - 15 Nm	238			
RE 35, 90 W	81	GP 32 S	249-251			
RE 35, 90 W	81			AB 28	318	124.2
RE 35, 90 W	81	GP 32, 0.75 - 4.5 Nm	230	AB 28	318	
RE 35, 90 W	81	GP 32, 0.75 - 6.0 Nm	232/233	AB 28	318	
RE 35, 90 W	81	GP 42, 3.0 - 15 Nm	238	AB 28	318	
RE 35, 90 W	81	GP 32 S	249-251	AB 28	318	
RE 35, 90 W	81	GP 32, 4.0 - 8.0 Nm	235	AB 28	318	
RE 40, 150 W	82					91.7
RE 40, 150 W	82	GP 42, 3.0 - 15 Nm	238			
RE 40, 150 W	82	GP 52, 4.0 - 30 Nm	241			
RE 40, 150 W	82			AB 28	318	124.2
RE 40, 150 W	82	GP 42, 3.0 - 15 Nm	238	AB 28	318	
RE 40, 150 W	82	GP 52, 4.0 - 30 Nm	241	AB 28	318	
A-max 26	102-108					63.5
A-max 26	102-108	GP 26, GS 30	228/229			
A-max 26	102-108	GP 32, 0.4 - 2.0 Nm	232			
A-max 26	102-108	GP 32, 0.75 - 6.0 Nm	231/234			
A-max 26	102-108	GS 38, 0.1 - 0.6 Nm	237			
A-max 26	102-108	GP 32 S	249-251			
A-max 32	110/112					82.3
A-max 32	110/112	GP 32, 0.75 - 6.0 Nm	232/234			
A-max 32	110/112	GS 38, 0.1 - 0.6 Nm	237			
A-max 32	110/112	GP 32 S	249-251			

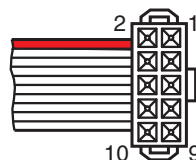
Technical Data

Supply voltage	5 V ± 10 %
Output signal	EIA Standard RS 422
driver used:	DS26LS31
Phase shift Φ	90°e ± 45°e
Signal rise time (typically, at C _L = 25 pF, R _L = 2.7 kΩ, 25°C)	180 ns
Signal fall time (typically, at C _L = 25 pF, R _L = 2.7 kΩ, 25°C)	40 ns
Index pulse width	90°e
Operating temperature rang	-40 ... +100°C
Moment of inertia of code wheel	≤ 0.6 gcm ²
Max. angular acceleration	250 000 rad s ⁻²
Output current per channel	min. -20 mA, max. 20 mA
Option	1000 counts per turn, 2 channels

The index signal I is synchronised with channel A or B.

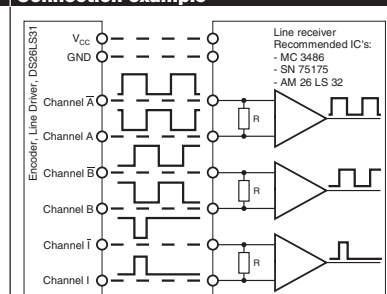
268 maxon sensor

Pin Allocation



- N.C.
 - V_{CC}
 - GND
 - N.C.
 - Channel A
 - Channel B
 - Channel C
 - Channel I (Index)
 - Channel I (Index)
 - Channel I (Index)
- Pin type Berg 246770
flat band cable AWG 28

Connection example



Terminal resistance R = typical 120 Ω

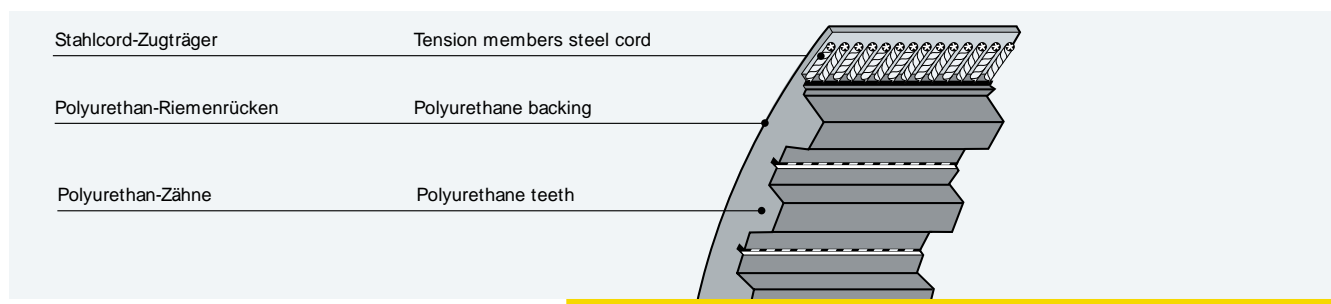
May 2010 edition / subject to change

CONTI SYNCHROFLEX® endlose Polyurethan-Zahnriemen

Der SYNCHROFLEX®-Zahnriemen ist dank seiner hochwertigen Komponenten sehr leistungsfähig. Die exzellente Bindung zwischen den abriebfesten Polyurethan-Zähnen und dem längenkonstanten, verzinkten Stahl-Festigkeitsträger bilden die Basis für das hohe Leistungspotenzial. Das sehr flexible Fertigungsverfahren ist z.B. für die Herstellung von doppelt verzahnten Riemen und Rückennocken mit hoher Maßhaltigkeit besonders geeignet. Die vielfältigen Mischungsvarianten ermöglichen auch Einsätze bei tiefen Temperaturen, im Reinraumklima sowie im Lebensmittelbereich.

Einsatzgebiete:

Conti SYNCHROFLEX®-Zahnriemen können in allen Bereichen der Technik eingesetzt werden. Vom Miniatur-Antrieb, der die hochgenaue Positionierung von Bauteilen in der Leiterplattenbestückung übernimmt, bis hin zum Hochleistungsantrieb in Bau- und Holzbearbeitungsmaschinen – hier ist der CONTI SYNCHROFLEX® zu Hause.



Serienmäßige Eigenschaften:

- Öl- und Fettbeständigkeit
 - Benzin- und Benzolbeständigkeit
 - Hydrolysebeständigkeit
 - UV- und Ozonbeständigkeit
 - temperaturbeständig von -30°C bis +80°C.
- Bitte fordern Sie im Bereich unter -10°C und über +50°C technische Beratung an.

Varianten:

Der Conti Synchroflex®-Zahnriemen ist als Trapezprofil und als Sonderprofil lieferbar.

Profil	CONTI SYNCHROFLEX® Längenbereich L _w * in mm	Profil	CONTI SYNCHROFLEX® Längenbereich L _w * in mm
MXL	111,76 – 1178,56	AT3	150 – 1011
XL	177,80 – 1584,96	AT5	225 – 3350
L	438,15 – 1390,65	AT10	500 – 1940
		AT20	1000 – 1960
T2	90 – 710		
T2,5	55 – 1475	ATP10	630 – 1800
T5	100 – 1500	ATP15	1185 – 1560
T10	260 – 4780		
T20	1260 – 3620	K1 K1,5	57 – 1671

* L_w = Wirklänge

CONTI SYNCHROFLEX® Endless polyurethane timing belts

SYNCHROFLEX® timing belts deliver high outputs thanks to their high-grade components. The excellent bond between the hard-wearing polyurethane teeth and the constant-length galvanised steel tension members is the basis on which the high power output potential is built. The very flexible production process is particularly suitable, for example, for manufacturing double-sided belts and rear cams with a high degree of dimensional accuracy. The range of compounds available also enables operation at low temperatures, in clean rooms and in the food industry.

Areas of application:

Conti SYNCHROFLEX® timing belts can be used in every sector of industry. From miniature drives handling the high-precision positioning of components for PCB assembly to high-performance drives in construction and woodworking machinery – CONTI SYNCHROFLEX® is equally at home.

Properties:

- Resistant to oils and greases
 - Resistant to benzene and benzole
 - Hydrolysis-resistant
 - Resistant to UV radiation and ozone
 - Suitable for temperatures ranging from -30°C to +80 °C
- Please contact our engineers if the application involves temperatures below -10°C or above +50°C.

Versions:

Conti Synchroflex® timing belts are available in trapezoidal and special profiles.

Tooth profile	CONTI SYNCHROFLEX® outside lengths L _p * in mm	Tooth profile	CONTI SYNCHROFLEX® outside lengths L _p * in mm
MXL	111.76 – 1178.56	AT3	150 – 1011
XL	177.80 – 1584.96	AT5	225 – 3350
L	438.15 – 1390.65	AT10	500 – 1940
		AT20	1000 – 1960
T2	90 – 710		
T2,5	55 – 1475	ATP10	630 – 1800
T5	100 – 1500	ATP15	1185 – 1560
T10	260 – 4780		
T20	1260 – 3620	K1 K1.5	57 – 1671

* L_p = pitch length

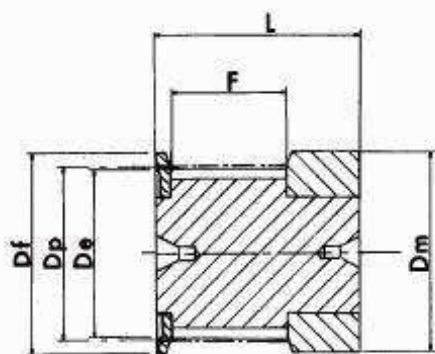


Synchroflex® Timing Pulleys T2.5

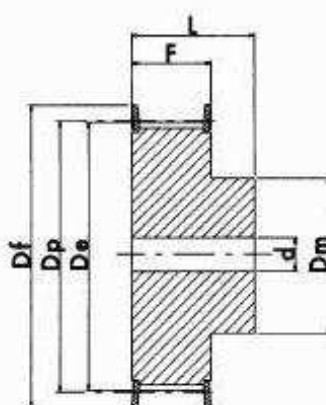
for 6mm wide belt

Centre drilled or Pilot Bore

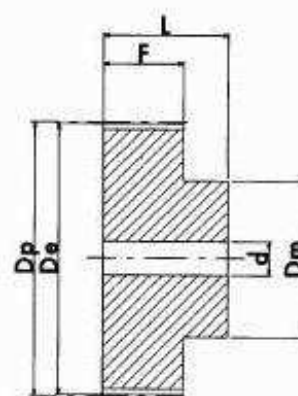
in Aluminium with Zinc plated Steel Flanges



EXECUTION 0F



EXECUTION 1F



EXECUTION 2

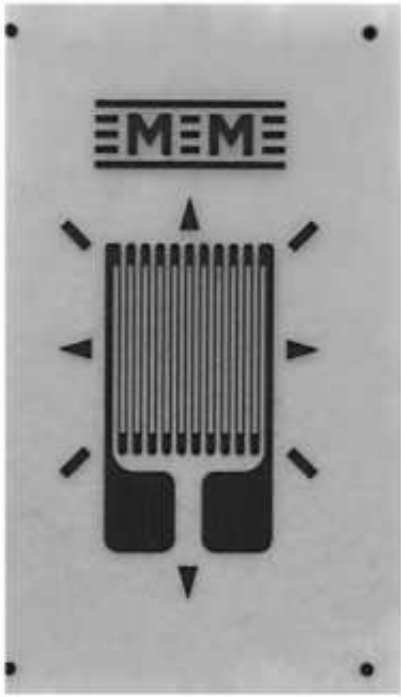
Dimensions

Pulleys may be Bored or Unbored.

If a dimension is critical to your application please contact our sales department for confirmation.
for special pulleys or reworked pulleys please contact our manufacturing department

Code	Type	No. Teeth	Dp	De	Df	Dm	F	L	Pilot Bore	No. Flanges
16T2.5/10-2	0F	10	8.05	7.45	13	13	9	16	-	2
16T2.5/12-2	0F	12	9.60	9.00	13	13	9	16	-	2
16T2.5/14-2	0F	14	11.20	10.60	15	15	9	16	-	2
16T2.5/15-2	0F	15	12.00	11.40	15	15	9	16	-	2
16T2.5/16-2	0F	16	12.80	12.20	16	16	9	16	-	2
16T2.5/18-2	1F	18	14.40	13.80	17.5	10	10	16	-	2
16T2.5/19-2	1F	19	15.20	14.60	20	10	10	16	-	2
16T2.5/20-2	1F	20	16.00	15.40	20	11	10	16	-	2
16T2.5/22-2	1F	22	17.60	17.00	22	11	10	16	-	2
16T2.5/24-2	1F	24	19.15	18.55	22	12	10	16	4	2
16T2.5/25-2	1F	25	19.95	19.35	25	13	10	16	4	2
16T2.5/26-2	1F	26	20.75	20.15	26	14	10	16	4	2
16T2.5/28-2	1F	28	22.35	21.75	26	14	10	16	4	2
16T2.5/30-2	1F	30	23.95	23.35	26	16	10	16	6	2
16T2.5/32-2	1F	32	25.55	24.95	32	16	10	16	6	2
16T2.5/36-2	1F	36	28.75	28.10	36	20	10	16	6	2
16T2.5/40-2	1F	40	31.90	31.30	38	22	10	16	6	2
16T2.5/44-0	2	44	35.10	34.50	-	24	10	16	6	0
16T2.5/48-0	2	48	38.30	37.70	-	26	10	16	6	0
16T2.5/60-0	2	60	47.85	47.25	-	34	10	16	8	0

General Purpose Strain Gages - Linear Pattern

GAGE PATTERN DATA					
 <p>actual size</p>			GAGE DESIGNATION	RESISTANCE (OHMS)	OPTIONS AVAILABLE
			See Note 1, 3	See Note 2	See Note 3
			EA-XX-062AQ-350	350 ± 0.15%	W, E, L, LE, P
			ED-DY-062AQ-500	500 ± 0.4%	E, L*, LE*
			WA-XX-062AQ-350	350 ± 0.3%	W*
			WK-XX-062AQ-500	500 ± 0.3%	W*
			EP-08-062AQ-350	350 ± 0.15%	
			SA-XX-062AQ-350	350 ± 0.3%	
			SK-XX-062AQ-500	500 ± 0.3%	
			SD-DY-062AQ-500	500 ± 0.8%	
			WD-DY-062AQ-500	500 ± 0.8%	
DESCRIPTION					
General-purpose gage. Similar to 062AP pattern but with high-resistance grid. See also 062UW pattern.					
GAGE DIMENSIONS			Legend:	ES = Each Section S = Section (S1 = Sec 1)	CP = Complete Pattern M = Matrix
					inch millimeter
Gage Length	Overall Length	Grid Width		Overall Width	Matrix Length
0.062	0.114	0.062		0.062	0.26
1.57	2.90	1.57		1.57	6.6
					Matrix Width
					0.15
					3.8

GAGE SERIES DATA			
See Gage Series data sheet for complete specifications.			
Series	Description	Strain Range	Temperature Range
EA	Constantan foil in combination with a tough, flexible, polyimide backing.	±3%	-100° to +350°F [-75° to +175°C]
ED	Isoelastic foil in combination with tough, flexible polyimide film.	±2%	-320° to +400°F [-195° to +205°C]
WA	Fully encapsulated constantan gages with high-endurance leadwires.	±2%	-100° to +400°F [-75° to +205°C]
WK	Fully encapsulated K-alloy gages with high-endurance leadwires.	±1.5%	-452° to +550°F [-269° to +290°C]
EP	Annealed constantan foil with tough, high-elongation polyimide backing.	±10%	-100° to +400°F [-75° to +205°C]
SA	Fully encapsulated constantan gages with solder dots.	±2%	-100° to +400°F [-75° to +205°C]
SK	Fully encapsulated K-alloy gages with solder dots.	±1.5%	-452° to +450°F [-269° to +230°C]
SD	Equivalent to WD Series, but with solder dots instead of leadwires.	±1.5%	-320° to +400°F [-195° to +205°C]
WD	Fully encapsulated isoelastic gages with high-endurance leadwires.	±1.5%	-320° to +500°F [-195° to +260°C]

Note 1: Insert desired S-T-C number in spaces marked XX.

Note 2: Tolerance is increased when Option W, E, SE, LE, or P is specified.

Note 3: Products with designations and options shown in bold are not RoHS compliant.

*Options available but not normally recommended. See Optional Features data sheet for details.

B.2 Réglages des boucles d'asservissement

Les caractéristiques des réponses du robot à des signaux périodiques en échelon, utilisés pour régler les boucles d'asservissement du robot au chapitre 2, sont données dans les tables B.2 et B.4. Ces valeurs sont à mettre en relation avec les figures 2.15 et 2.16. Les gains des boucles de commande du robot sont données dans les tables B.3 et B.5.

B.3 Calcul de l'incertitude de mesure liée au capteur d'effort

Notre capteur d'effort mesure les composantes F_y et F_z d'un effort F , qui est ensuite calculé à partir de F_y et F_z par la norme euclidienne :

$$F = \sqrt{F_y^2 + F_z^2} \quad (\text{B.1})$$

Afin d'estimer l'incertitude de mesure de notre capteur d'effort, nous utilisons la loi de propagation des incertitudes, en supposant que les effets pris en compte dans le calcul ne sont pas corrélés :

$$u^2(F) = \left(\frac{\partial F}{\partial F_y} \right)^2 u^2(F_y) + \left(\frac{\partial F}{\partial F_z} \right)^2 u^2(F_z) \quad (\text{B.2})$$

En calculant les dérivées partielles de F par rapport aux composantes d'effort F_y et F_z , on peut expliciter la relation B.2 :

$$u^2(F) = \frac{F_y^2}{F_y^2 + F_z^2} u^2(F_y) + \frac{F_z^2}{F_y^2 + F_z^2} u^2(F_z) \quad (\text{B.3})$$

Il faut maintenant déterminer les incertitudes-types $u(F_y)$ et $u(F_z)$ pour calculer l'incertitude composée $u(F)$. Pour chacune des incertitudes types sur les composantes F_i de l'effort F , nous prenons en compte :

- l'incertitude de type A $\frac{\sigma_{F_i}}{\sqrt{n}}$ due à la répétabilité des mesures, calculée à partir de l'écart-type expérimental σ_{F_i} pour n mesures,
- l'incertitude de type B du capteur métrologique $U1A$, donnée par la résolution q_{U1A} indiquée sur sa fiche technique.

Le nombre de mesure effectuées est $n = 10$ et la résolution du capteur $U1A$ est $q_{U1A} = 0,1$ N. La formule générique pour calculer l'incertitude-type $u(F_i)$, en fonction de l'écart-type des mesures pour obtenir la composante F_i de l'effort et l'incertitude métrologique du capteur est :

$$u^2(F_i) = \left(\frac{\sigma_{F_i}}{\sqrt{n}} \right)^2 + \left(\frac{q_{U1A}}{2\sqrt{3}} \right)^2 \quad (\text{B.4})$$

Nous précisons que le calcul de l'écart-type dépend de l'effort F à mesurer. Nous obtenons ainsi l'évolution des incertitudes-type et de l'incertitude composée en fonction de l'effort F à mesurer sur la figure 3.18. Nous constatons ainsi que l'incertitude composée est de l'ordre de 0.06 N, ce qui donne pour un coefficient d'élargissement $k = 2$, une incertitude de mesure

Critère	Axe 1	Axe 2
Dépassement [%]	14,5	4,6
Temps de réponse à 5% [ms]	1,0	18,0
Erreur statique [mA]	0,47	2,8

Table B.2 Caractéristiques de la réponse des axes du robot à un signal périodique en échelon pour l'asservissement en courant.

Gain	Axe 1	Axe 2
Gain proportionnel Kp_i	0,60	0,07
Gain intégral Ki_i	1,04	0,04

Table B.3 Gains de la boucle de courant. Cette boucle interne est réglée avec une interface de commande propre au constructeur de la baie de commande. La période d'échantillonnage de l'asservissement est de 40 μ s.

Critère	Axe 1	Axe 2
Dépassement [%]	0,0	25,0
Temps de réponse à 5% [ms]	100,0	60,0
Erreur statique [mA]	0,0	0,0

Table B.4 Caractéristiques de la réponse des axes du robot à un signal périodique en échelon pour l'asservissement de position.

Gain	Axe 1	Axe 2
Gain proportionnel Kp_p	30,0	30,0
Gain intégral Ki_p	6000,0	3000,0
Gain dérivée Kd_p	0,50	0,25

Table B.5 Gains de la boucle de position. Cette boucle est réglée avec l'interface de commande du robot. La période d'échantillonnage de l'asservissement est de 1 ms.

élargie, associée à la relation 3.8, $U(F) = 0,1 \text{ N}$, soit 10% d'erreur sur une plage de 0 à 10 N. La représentation de l'incertitude élargie sur l'estimation de l'effort à partir des mesures de tension des ponts de jauges est donnée par la figure 3.17.

Calibrage de la caméra rapide

Cette annexe montre comment la caméra rapide, utilisée dans les chapitre 2 et 5, est calibrée et comment sont calculées les incertitudes de mesures liées à son utilisation.

C.1 Mesure de déplacement avec une caméra – théorie

C.1.1 Principe

Dans ce manuscrit, la caméra rapide est utilisée pour calibrer le robot, c'est-à-dire filmer son déplacement et le comparer au déplacement de consigne et aussi pour filmer le déplacement du sautereau lors de l'appui sur la touche du clavier correspondante. Dans les deux cas, il s'agit de filmer une scène, de repérer un point dont on veut connaître le déplacement et, par un algorithme de traitement d'images, de trouver sa position dans chaque image du film. Nous disposons alors des coordonnées en pixel du point et le but de cette annexe est de montrer le lien qui existe entre ces coordonnées en pixels et les coordonnées réelles du point dans le repère du laboratoire, i.e. dans la scène réelle. Ce lien est valable quel que soit le type de caméra (appareil photo) utilisé et se base sur quelques considérations d'optique géométrique et une représentation systématique de la transformation qui existe entre deux repères de l'espace : la transformation homogène [Zhang, 2000].

C.1.2 Lien entre la scène et l'image

Commençons par définir quelques termes relatifs à l'utilisation de la caméra. Une caméra, ou tout système optique avec lequel il est possible de prendre des photos, est modélisé par un ensemble de paramètres, séparés en deux groupes selon leur nature : les paramètres intrinsèques et les paramètres extrinsèques. Les paramètres intrinsèques propre au système optique, comme par exemple la focale, la position de son centre optique et les distorsions de la scène réelle dans l'image, provoquées par sa courbure. Ces paramètres sont différents d'une caméra à l'autre. En revanche, les paramètres extrinsèques peuvent être les mêmes pour deux systèmes optiques différents, pourvu que leur position et leur orientation par rapport à la scène soit la même. Les paramètres extrinsèques ne sont donc pas particuliers à une caméra donnée et caractérisent le changement de repère qui existe entre la scène filmée et l'image obtenue. Le changement de repère entre la scène filmée, de repère \mathcal{R}_0 et les images, de repère \mathcal{R}_c peut être modélisé par une transformation homogène $T_{c \rightarrow 0}$, comme le montre la figure C.1. L'estimation de la matrice $T_{c \rightarrow 0}$ est un problème classique en traitement d'image que l'on appelle *l'estimation de pose* [Petersen, 2008], où il faut déterminer la matrice de rotation R_{c0} entre les repères \mathcal{R}_c de la caméra et \mathcal{R}_0

de la scène filmée, ainsi que la distance $d_{c0} = ||\overrightarrow{O_c O_0}||$ entre la focale de la caméra et l'origine du repère \mathcal{R}_0 . La transformation homogène s'écrit alors :

$$P_c = T_{c \rightarrow 0} P_0 = \begin{pmatrix} R_{c0} & d_{c0} \\ 000 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

où $P_0 = (X_0, Y_0, Z_0, 1)$ est la position d'un point de la scène filmée dans le repère \mathcal{R}_0 , $P_c = (X_c, Y_c, Z_c, 1)$ la position de ce même point dans le repère de la caméra \mathcal{R}_c . La quatrième coordonnées des vecteurs, égale à 1, permet de synthétiser l'écriture de la transformation entre les deux repères sous la forme d'une seule matrice¹.

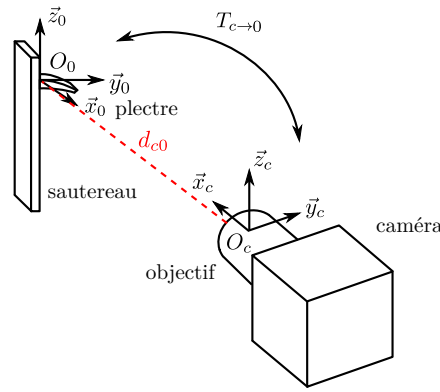


Fig. C.1 Représentation des repères de la scène filmée et de la caméra. Les indices c , et 0 correspondent respectivement à la caméra et à la scène filmée.

Il faut ensuite relier les coordonnées des points P_c à leurs coordonnées en pixels $p_c = (x, y)^T$ dans les images (repère \mathcal{R}_i) grâce aux paramètres intrinsèques $[f, k_x, k_y, c_x, c_y, s_{xy}]$ de la caméra, où f est la focale de la caméra, $k_{x,y}$ est le facteur de grandissement de l'image selon ses axes x et y , $c_{x,y}$ représentent les coordonnées du centre optique de la caméra dans l'image et s_{xy} est le facteur de distorsion de la caméra. La relation entre $P_c = (X_c \ Y_c \ Z_c \ 1)^T$ et $p_c = (x \ y \ 1)^T$ est alors une relation de projection, puisque l'on passe d'un espace à trois dimensions à un plan, qui s'exprime de la manière suivante [Zhang, 2000] :

1. En effet, si on développe le calcul de l'équation C.1, on a, en notant $u_c = [X_c \ Y_c \ Z_c]^T$ et $u_0 = [X_0 \ Y_0 \ Z_0]^T$:

$$\begin{cases} u_c &= R_{c0} u_0 + d_{c0} \\ 1 &= 1 \end{cases}$$

$$p_c = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} k_x & s_{xy} & c_x \\ 0 & k_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

En reprenant les équation C.2 et C.1, on peut écrire la relation complète qui existe entre un point de la scène P_0 et sa projection dans l'image p_c :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} k_x & s_{xy} & c_x \\ 0 & k_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{ri} & d_{ri} \\ 000 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{C.3})$$

C.2 Calibrage de la caméra

Lors du calibrage d'une caméra, on estime ses paramètres intrinsèques et extrinsèques pour ensuite pouvoir convertir les coordonnées recueillies en pixels dans le repère \mathcal{R}_i par traitement d'image en coordonnées dans le repère \mathcal{R}_c de la scène réelle, via la relation C.3. Pour cela, nous utilisons la toolbox *Computer Vision System* de *Matlab*, dont la méthode de calibrage des caméras est fondée sur l'article [Zhang, 2000]. Cette méthode utilise des photographies d'un échiquier prises avec la caméra, dans des positions proches de celles de l'objet dont on veut mesurer le déplacement. La figure C.2 montre un exemple de telles images. Les dimensions de l'échiquier étant parfaitement connues, la détection des points d'intersection des cases de l'échiquier dans les images (repère \mathcal{R}_i) et l'utilisation du modèle de la caméra C.3 permettent de déterminer la position de l'échiquier par rapport à la caméra (dans le repère \mathcal{R}_0). La variation des positions de l'échiquier dans les images permet de trianguler la position de la caméra par rapport à la scène (repère \mathcal{R}_0), et donc de déterminer les paramètres de la caméra de l'équation C.3.

C.2.1 Qualité du calibrage

Lorsque les paramètres de la caméra sont connus, l'algorithme effectue l'opération inverse du calibrage pour estimer sa qualité. Les diverses positions de l'échiquier par rapport à la caméra dans le repère \mathcal{R}_0 , estimées à partir des images, sont calculées dans le repère des images \mathcal{R}_i avec le modèle C.3. C'est ce que l'on appelle la reprojection. La figure C.3 illustre ce procédé : sur la photographie de l'échiquier, les cercles sont détectés lors de l'estimation des paramètres de la caméra, et de la position de cette image par rapport à la caméra. Lorsque toutes les images ont été traitées, les positions estimées dans le repère \mathcal{R}_i sont projetées dans les images avec le modèle de la caméra, ce qui donne les points rouges sur l'image. Pour chaque image, on calcule l'écart entre les cercles verts et les points rouges, et l'erreur de reprojection moyenne permet

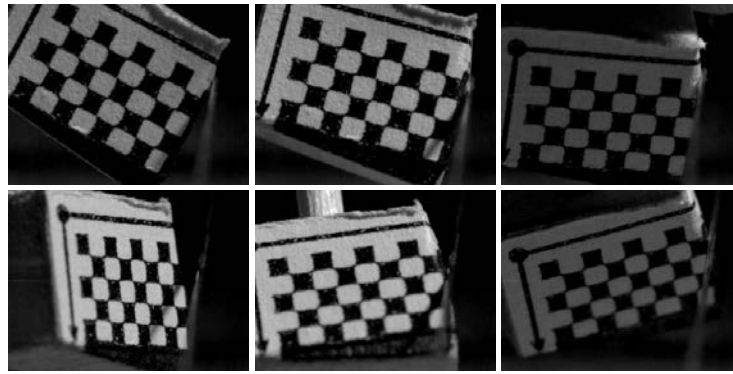


Fig. C.2 Exemple d'images utilisées pour le calibrage de la caméra rapide. La mire doit respecter certaines règles : le carré en haut à gauche doit être noir, l'échiquier doit avoir un nombre de cases pair en longueur et impair en hauteur.

d'estimer la qualité du calibrage. Cette erreur est représentée par le digramme de la figure C.4, où chaque barre correspond à l'erreur de reprojection pour chacune des 18 images de référence utilisées dans cet exemple. Nous trouvons une erreur de reprojection moyenne de 0.74 pixels, marquée par la ligne en traits pointillés sur la figure.

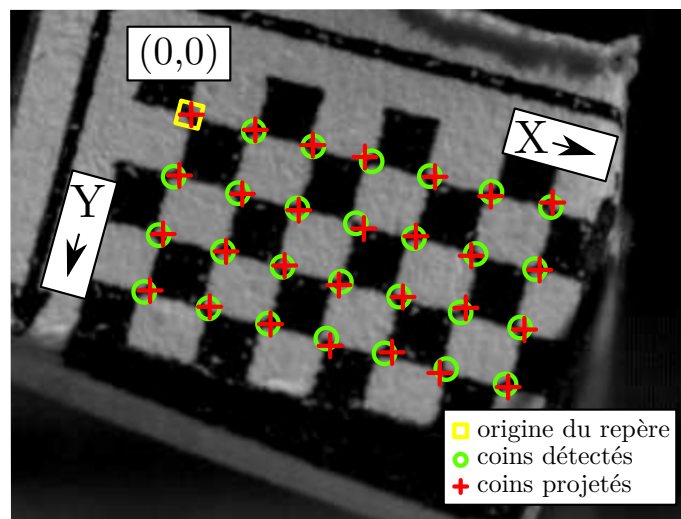


Fig. C.3 Détection des points dans une image. Les intersections des case de l'échiquier sont les cibles de l'algorithme. Les cercles verts sont détectés pour estimer les paramètres de la caméra, les points rouges permettent de vérifier que l'estimation des paramètres est bonne. Le carré jaune est le point d'origine pris par défaut dans l'algorithme de détection pour le repère de l'image \mathcal{R}_i .

C.2.2 Détermination de la trajectoire dans la scène

La trajectoire du robot dans la scène filmée est suivie grâce à la détection d'un point, positionné sur l'effecteur du robot. Le traitement des images avec la méthode de détection de

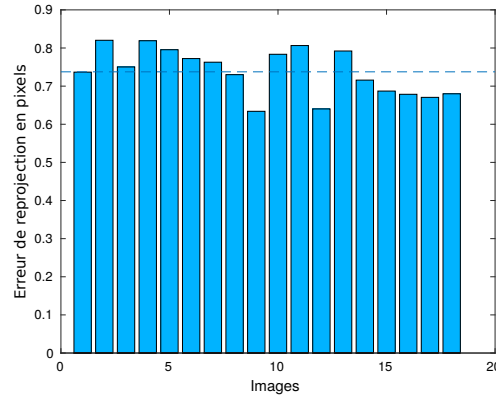


Fig. C.4 Erreur de reprojection du modèle de la caméra estimée lors du calibrage. Chaque barre représente l'erreur de reprojection moyenne pour une image de référence donnée. La ligne en traits pointillés représente l'erreur de reprojection moyenne.

contour [Chan *et al.*, 2001], décrite au chapitre 2, permet d'obtenir la trajectoire du point dans le repère \mathcal{R}_i . La conversion des coordonnées en pixels du point en coordonnées du repère \mathcal{R}_0 de la scène réelle est effectuée grâce à une relation analogue à la relation C.3, avec la fonction `pointsToWorld` de *MatLab*.

C.3 Incertitude de mesure

Afin d'estimer l'incertitude de mesure lors de l'utilisation de la caméra, nous utilisons la loi de propagation des incertitudes, en supposant que les différents effets pris en compte dans le calcul ne sont pas corrélés. Les incertitudes composées sur la mesure de position sont calculées pour chaque direction, i.e. $u(x)$ et $u(y)$. Les incertitudes types selon chaque direction i prises en compte sont :

- l'incertitude de répétabilité des mesures de trajectoire du point de l'effecteur, égale à $\frac{\sigma_i}{\sqrt{n}}$, calculée à partir de l'écart-type expérimental σ_i pour $n = 5$ mesures (type A [Courtier et Giacomo, 2003]),
- l'incertitude sur l'estimation des paramètres de la caméra $\frac{\sigma_{calib_i}}{\sqrt{m}}$, calculée lors du calibrage pour $m = 180$ points identifiés dans les photographies (type A).

L'incertitude σ_{calib} est calculée à partir des erreurs de reprojections décrites précédemment : il s'agit de l'écart-type de l'ensemble des distances ϵ_{di} entre tous les points détectés et leur reprojection, dans le repère \mathcal{R}_0 . Nous avons, en fonction de la distance moyenne $\bar{\epsilon}_{di}$:

$$\sigma_{calib}^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{i=m} (\bar{\epsilon}_{di} - \epsilon_{di})^2 \quad (\text{C.4})$$

La formule générique pour calculer l'incertitude-composée $u(i)$, en fonction de l'écart-type des mesures est :

$$u^2(i) = \left(\frac{\sigma_i}{\sqrt{n}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{calib}}{\sqrt{m}} \right)^2 \quad (\text{C.5})$$

Nous précisons que le calcul de l'écart-type dépend de la position des points mesurés. Nous calculons enfin les incertitudes élargies $U_i = ku(i)$ sur les mesures de déplacement du robot via la caméra rapide, pour un coefficient d'élargissement $k = 2$:

$$\begin{cases} U_x &= \pm 0,10 \text{ mm} \\ U_y &= \pm 0,09 \text{ mm} \end{cases} \quad (\text{C.6})$$

La représentation des incertitudes élargies sur l'estimation du déplacement du robot au cours du temps est donnée par la figure 2.22. La trajectoire du robot, sa comparaison avec la consigne et l'incertitude de mesure sont données par la figure 2.21.

Mesures sur le clavecin

D.1 Temps de stabilisation des amplificateurs différentiels

La durée de l'expérience sur le clavecin étant plus longue que celle du calibrage du capteur, il est nécessaire de prendre en compte la dérive temporelle des amplificateurs différentiels du pont de jauges. La figure D.1 montre qu'en alimentant les amplificateurs, sans que le pont ne soit actif, leur tension augmente au cours du temps, et se stabilise après 10 min environ. Nous choisissons d'allumer l'appareil chauffer 15 min avant le début de l'expérience pour le laisser se stabiliser.

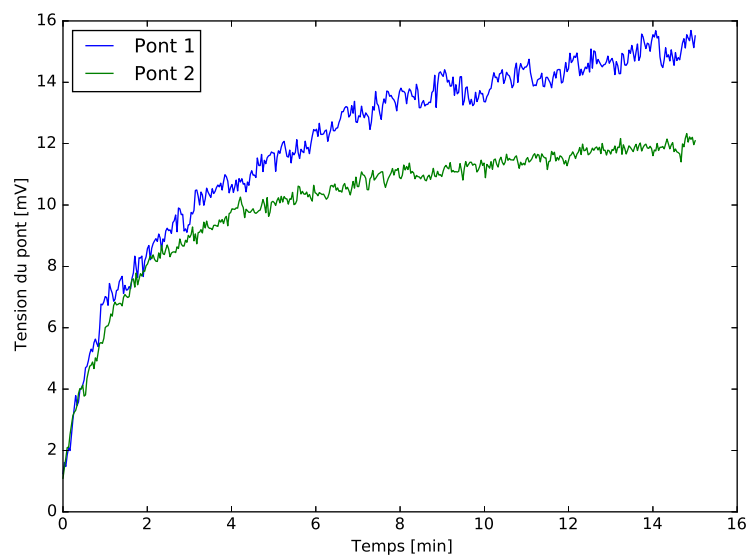


Fig. D.1 Évolution de la tension des amplificateurs différentiels du pont de jauge au cours du temps. Les courbes bleue et verte correspondent respectivement aux tensions mesurées des amplificateurs 1 et 2.

Résumé

L'étude mécanique des instruments de musique met en œuvre l'étude des musiciens, des instruments et de l'interaction complexe qui existe entre eux. L'analyse du geste musical nécessite de nombreuses mesures sur des musiciens pour en extraire les paramètres pertinents qui permettent de construire un modèle d'interaction musicien / instrument. Dans le cas des instruments à corde pincées, il s'agit de déterminer les conditions initiales imposées à la corde par le mécanisme de pincement contrôlé par le musicien (plectre, doigt). Comment obtenir tous ces paramètres sans perturber le jeu du musicien ? Comment vérifier qu'ils sont les seuls à déterminer la vibration future de la corde et lui donner sa signature acoustique ? Une plate-forme expérimentale robotisée a été mise en place pour répondre à ces questions. Elle permet de reproduire le geste des musiciens, en particulier des harpistes et des clavecinistes. Il faut préciser ici que la notion de geste musical s'entend au sens large : le robot peut soit reproduire complètement la trajectoire suivie par le doigt du musicien, soit imposer les conditions initiales résultant de cette trajectoire, indépendamment du chemin suivi. Le premier cas est adapté à la résolution de problème de dynamique inverse pour accéder aux efforts articulaires mis en jeu par le musicien pendant l'accomplissement d'un extrait musical. Le second cas sera privilégié pour imposer des conditions initiales à l'instrument, par l'intermédiaire de trajectoires d'études conçues spécifiquement par l'expérimentateur. La reproduction des trajectoires avec le robot nécessite de rejeter les perturbations introduites par le contact avec l'instrument. La conception d'un capteur d'effort intégré au robot a permis de satisfaire partiellement cette exigence. Après le détail de la conception de la plate-forme robotisée, de sa validation comme un outil d'étude juste et répétable, un exemple d'utilisation est présenté dans le cadre d'une étude sur l'harmonisation des becs de clavecin. L'harmonisation est un processus complexe de réglage de l'instrument, réalisé par le luthier. Un modèle prenant en compte le toucher pendant l'interaction plectre / corde, et intégrant la géométrie du plectre résultant de l'harmonisation, ainsi que des expériences effectuées sur un clavecin, montrent que la forme du plectre affecte non seulement les conditions initiales de vibration des cordes de l'instrument mais aussi le toucher du claveciniste.

Abstract

The study of musical instruments involves the study of musicians, instruments and of the complex interaction that exists between them. The analysis of musical gestures requires numerous measurements on musicians to extract the relevant parameters in order to model their interaction. In the case of plucked string instruments, the goal is to determine the initial conditions imposed on the string by the plucking mechanism (plectrum, finger). How does one get all these parameters without disrupting the musician in playing conditions ? How can one know that the parameters are the best ones to describe the initial conditions of the string vibrations and its acoustic signature ? An experimental platform has been designed to answer these questions. It can reproduce the gesture of a musician, in particular of a harpist or a harpsichordist. It should be pointed out that the concept of a musical gesture is defined here in a broad sense : the robot can reproduce either the path followed by the musician's fingers, or the initial conditions resulting from this trajectory. The first method is particularly suited for the resolution of an inverse dynamic problem. One can then calculate the forces developed by the musician's muscles during the execution of a musical piece, for example. The second method is better suited for imposing specific initial conditions on the instrument through trajectories designed by the experimenter. The correct reproduction of the trajectories needs to reject disturbances due to the contact between the robot and the instrument. The design of a force sensor, integrated into the robot end effector, is a first step toward satisfying this requirement. After the design of the robotic platform, its precision and repeatability is investigated. The force sensor is then integrated on the robot end effector, and an example of its use is presented. The experiment is focused on the harmonization of the harpsichord plectra. Harmonization is a complex process of adjustments achieved by the luthier on the instrument. A model of the plectrum / string interaction, taking into account the geometry of the plectrum, as well as experiments performed on a real harpsichord, show that harmonization have an impact on the string initial conditions of vibration.